МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

7 КЛАС

В някои задачи вместо използвания в България знак за умножение **„ ."** *използваме знакът* **„×".** *За знак за деление ще използваме „÷".*

7 КЛАС – ЕСЕН 2013

Задача 1. Сборът на всички цели числа x, за които е изпълнено $-5 < x < 4$ е:

A) -4 **B)** -5 **C)** 0 **D)** 1

Задача 2. Броят на естествените числа, за които изразът $-(x-1)^2$ приема неотрицателни стойности, е:

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 3. Средноаритметичното на простите едноцифрени числа е:

A) 5 **B)** 4,5 **C)** 4,25 **D)** 2

Задача 4. Произведението на четири последователни естествени числа се дели на 10. Най-малкото такова произведение е:

A) 60 **B)** 80 **C)** 100 **D)** 120

Задача 5. Ако $A = (2a-1) \times (4a^2+1) \times (16a^4+1)$, тогава $(4a+2) \times A + 2$ е равно на:

A) $16a^8$ **B)** $16a^6$ **C)** $256a^8$ **D)** $512a^8$

Задача 6. За коя стойност на параметъра m многочленът

$$(m^2+m) \times x^4 - m \times x^3 + (4m-1) \times x^2 + x + m - 1$$

е от втора степен ?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 7. Стойността на израза

$$(a-2)^2 - (2-a)^2 + (a-3)^3 + (3-a)^3$$

при a = 2013 е:

A) 111 **B)** 11 **C)** 1 **D)** 0

Задача 8. Кое от посочените числа НЕ е точен квадрат?

(точни квадрати са

$1 = 1 \times 1 = 1^2; 4 = 2 \times 2 = 2^2; 9 = 3 \times 3 = 3^2; 16 = 4 \times 4 = 4^2; 25 = 5 \times 5 = 5^2;$ и т.н.)

A) 727 609 **B)** 1 000 000 **C)** 262 144 **D)** 23 717

Задача 9. Ако $n \times (n+1) \times (n+2) \times (n+3) + 1 = (n^2 + 3n + b)^2$ **,** то b =

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Задача 10. След съкращаване на дробта

$$\frac{2013^3 - 1}{2013^2 + 2014}$$

се получава:

A) 2 015 **B)** 2 014 **C)** 2 013 **D)** 2 012

Задача 11. След пресмятане на израза

$$1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - 7 + \cdots + 2\,012 - 2\,013$$

се получава числото:

A) 1 005 **B)** 1 006 **C)** – 1 005 **D)** $-1\,006$

Задача 12. Ледът при размразяване намалява с $\frac{1}{12}$ част своя обем. При замръзване водата увеличава обема си с:

A) $\frac{1}{9}$ **B)** $\frac{1}{10}$ **C)** $\frac{1}{11}$ **D)** $\frac{1}{12}$

Задача 13. За да бъде вярно твърдението: „*Квадратът на всяко цяло число или се дели на 4, или при делението на 8 дава остатък x*“, следва *x* да е:

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7

Задача 14. Сборът от абсолютните стойности на всички цели числа, такива че $|x| < 5$ и $|x| > 3$ е:

A) 0 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8

Задача 15. Коя е най-малката стойност на n, за която

$$3^0 + 3^1 + 3^2 + \cdots 3^n > 1000?$$

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8

Задача 16. Правоъгълен лист с размери 6 *см* на 7 *см* е разрязан на възможно най-малко квадрати със страни цели числа *см*. Колко са квадратите?

Задача 17. Ако един колоездач изминава разстоянието от *A* до *B* със скорост 50 *км/ч*, а се връща обратно – от *B* до *A* със скорост 30 *км/ч*, тогава средната скорост на този колоездач е ... *км/ч*.

Задача 18. За колко цели числа a изразът

$$\frac{2a+4}{a+1}$$

е цяло число?

Задача 19. Десет ученици решили общо 35 задачи. Поне един от тях са решили точно една задача, точно две задачи и точно три задачи. Измежду учениците е имало поне *x*, които са решили най-малко пет задачи. Определете *x*.

Задача 20. Ако $a \neq b$ и

$2 \times (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = A \times ((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2)$ **,** тогава *A* =.....

7 КЛАС - ЗИМА 2014

Задача 1. Стойността на израза $2014 - \ (x - (x - (x - (x - 2014))))$ е:

A) 2 014 **B)** – 2 014 **C)** 4 028 **D)** 0

Задача 2. След привеждане на многочлена $2013 \times (x-2)^{2013} - 1$ в нормален вид се получава многочлен със сбор на коефициентите:

A) 2 013 **B)** 2 014 **C)** 4 027 **D)** – 2 014

Задача 3. Ако $2014\ \times 30''$ секунди е $\boldsymbol{x}$ градуса $\boldsymbol{y}$ минути и $\boldsymbol{z}$ секунди, тогава $x + y + z =$

A) 53 **B)** 63 **C)** 205 **D)** 206

Задача 4. Ако $a \neq b$ и $(-a+b+c) \times (a-b+c) = c^2 - \ A \times (a-b)^2$ то *A*=

A) 1 **B)** -1 **C)** 2 **D)** -2

Задача 5. Ако две прави сключват ъгли, сборът на два от които е 150 градуса, тогава сборът на три от тези ъгли е най- много:

A) $195°$ **B)** $255°$ **C)** $285°$ **D)** $360°$

Задача 6. Стойноста на израза

$(-1)^4 + (-1)^7 + (-1)^{10} + \cdots + (-1)^{2008} + (-1)^{2011} + (-1)^{2013}$ е:

A) -1 **B) 1** **C)** 0 **D)** 671

Задача 7. Френската математичка Софи Жермен доказва, че ако числото N е естествено, тогава за всяко $N > 1$ числото равно на $N^4 + 4$ съставно. Изразът $N^4 + 4$ се разлага на множители, единият от които е:

A) $N^2 + 2N - 2$ **B)** $N^2 + 2N + 2$ **C)** $N^2 - 2N - 2$ **D)** $N^2 + N + 2$

Задача 8. В един клас всяко от момчетата си разменя марки с 3 момичета, а всяко от момичета си разменя марки с 5 момчета. Момчетата може да са повече от момичетата с:

A) 3 **B) 5** **C)** 6 **D)** 15

Задача 9. Четири различни книги са подредени една до друга. По колко начина мога да взема три съседни книги, ако вземам по една книга?

A) 12 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 24

Задача 10. Две деца имат по няколко ябълки. Ако едното дете даде на другото една ябълка, те ще имат поравно. Ако второто дете даде на първото две ябълки, то ще има два пъти по-малко ябълки. Колко ябълки имат общо двете деца?

A) 12 **B)** 14 **C)** 16 **D)** 18

Задача 11. Сборът от абсолютните стойности на две цели числа A и B е равен на абсолютната стойност на $A + B$. Произведението $A.B$ винаги:

A) е положително число **B)** е отрицателно число

C) не е положително число **D)** не е отрицателно число

Задача 12. Числата A, B и C, са такива, че изразът

$$|A - B| + |B + 3| + C^2 - 4C$$

има най-малка стойност. Тази стойност е:

A) -4 **B)** 4 **C)** 2 **D)** -2

Задача 13. По колко начина могат да се разпределят 6 еднакви круши между 3 деца като всяко дете да получи поне по 1 круша?

A) 24 **B)** 10 **C)** 8 **D)** 6

Задача 14. За колко двойки естествени числа Xи Y е вярно, че $3 \times X + 2 \times Y = 2014$?

A) 333 **B)** 334 **C)** 335 **D)** 336

Задача 15. При делението на $x^3 - x$ на $x - 2$ се получава частно $x^2 + 2x + 3$ и остатък:

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Задача 16. Абсолютните стойности на числата *x* и *y* са равни Колко различни стойности приема изразът

$$A = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} - \left|\frac{x}{y}\right|?$$

Задача 17. Колко е броят на делителите на числото, равно на стойността на израза

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 + 1?$$

Задача 18. Девет еднакви молива струват 11 долара и няколко цента, а 13 такива молива – 15 долара и няколко цента. Колко цента струва един молив?

Задача 19. Броят на диагоналите на един многоъгълник е просто число. Тогава броят на върховете е .....

Задача 20. Два еднакви квадрата *X* и *Y* с лице 4 са разположени така, че пресечната точка на диагоналите на *X* е връх на *Y*. Колко е лицето на общата част на двата еднакви квадрата?

7 КЛАС – ПРОЛЕТ 2014

Задача 1. $2014^3 - 2015^3 + 3 \times 2014 \times 2015 =?$

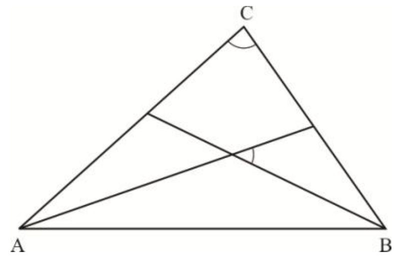
A) 0 **B)** – 1 **C)** – 2 015 **D)** – 2 014

Задача 2. Коренът на уравнението $(x - 1) \times (4x + 1) - (2x - 1)^2 = 1002$ е:

A) 1 004 **B)** 1 002 **C)** 1 000 **D)** – 1 002

Задача 3. В триъгълник ABC острият ъгъл между ъглополовящите на ъглите CAB и ABC е равен на ъгъл ACB. Тогава ъгъл ACB е равен на:

A) 30° **B)** 45° **C)** 60° **D)** 75°



Задача 4. Ако $a \bigtriangledown b = a^2 + a \times b$, отношението $(2^8 \bigtriangledown 8^2) \div (8^2 \bigtriangledown 2^8)$ е равно на:

A) $4 \div 1$ **B)** $1 \div 2$ **C)** $1 \div 1$ **D)** $8 \div 1$

Задача 5. Броят на белите лебеди в езерото се отнасяше към броя на черните както $5 \div 2$. След това 27 лебеда отлетяха и в езерото останаха 40 % от белите и 25 % от черните лебеди. Колко лебеда са останали в езерото?

A) 8 **B)** 15 **C)** 22 **D)** 30

Задача 6. Колко са целите положителни решения на неравенството

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4} \leq 2\ ?$$

A) 6 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 12

Задача 7. С колко процента по-големият корен на уравнението $|x-45| = 5$ е по-голям от по-малкия му корен?

A) 10% **B)** 20% **C)** 25% **D)** 50%

Задача 8. Четири прави имат общо n пресечни точки ($n > 0$), като през една пресечна точка могат да минават повече от две прави. Колко различни стойности може да приема n?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

Задача 9. Колко са естествените числа n, за които числото

$$\frac{7n+1}{n-7}$$

също е естествено?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

Задача 10. На чертежа триъгълниците *ABC* и *FBE* са еднакви (*AB* = *FB* = 9 и *BC* = *BE* = 19), а точките *A*, *B* и *E* лежат на една права. Колко е разстоянието от средата *O* на отсечката *AE* до пресечната точка *G* на правите *AC* и *EF*?

A) 12 **B)** 13 **C)** 14 **D)** 15

Задача 11. По окръжност са отбелязани *N* точки, от които 17 са червени, а останалите са сини. Всеки две от отбелязаните точки са свързани с отсечка. Ако броят на отсечките с два червени края е равен на броя на отсечките с разноцветни краища, колко е *N*?

A) 21 **B)** 23 **C)** 25 **D)** 27

Задача 12. Ако $a^2 - 4ab + 5b^2 = 6b - 9$, колко е $a + b$?

A) 9 **B)** 4.5 **C)** 3 **D)** 18

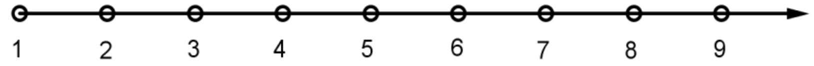
Задача 13. Турист изминал 3 км със средна скорост 4 *km/h* и 4 *km* със средна скорост 3 km/h. С каква средна скорост се е движил туристът?

A) 3.5 *km/h* **B)** 3.4 *km/h* **C)** 3.36 *km/h* **D)** 3.32 *km/h*

Задача 14. Единият корен на уравнението $(x + a^2) \times (x - a + 5) = 0$ е 4. Другият корен е:

A) – 81 **B)** 1 **C)** – 3 **D)** – 1

Задача 15. Аля иска да оцвети някои от точките 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 върху числовата ос така, че разстоянието между всеки две оцветени точки да е различно от 4 и 7.

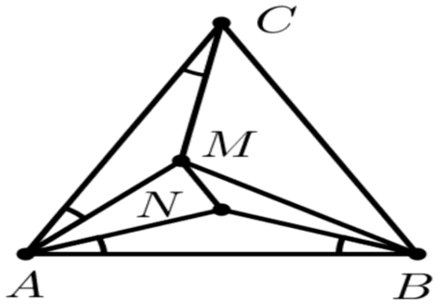


Най-много колко точки може да оцвети Аля?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

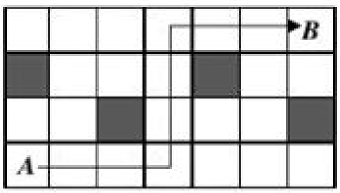
Задача 16. Коя е най-малката стойност на израза $x^2 + 4xy + 4y^2 - 6x - 12y + 18$?

Задача 17. В равностранния триъгълник ABC са избрани вътрешни точки M и N така, че $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM = 18^0$ и $\sphericalangle ABN = \sphericalangle BAN = 18^0$. На колко градуса е равен $\sphericalangle BMN$?



Задача 18. В турнир по футбол участвали 4 отбора, като всеки отбор изиграл по един мач с всеки от останалите. Накрая всеки отбор събрал с 2 точки повече от следващия го в класирането. Колко мача са завършили с равенство? (Победа носи 3 точки, загуба – 0 точки, а при равенство двата отбора получават по 1 точка.)

Задача 19. Фигурата *трол* може да се движи надясно или нагоре по полетата на показаната дъска, без да минава през черните полета. На чертежа е показан един възможен маршрут на *трола*. По колко различни маршрута *тролът* може да стигне от A до B?



Задача 20. Произведението от възрастта на Иво и възрастта на по-малката му сестра Ели е 2 пъти по-голямо от произведението на възрастите им преди 6 години. Най-много на колко години е Ели? (Възрастта и на двамата е цяло число!)

7 КЛАС - ФИНАЛ 2014

Задача 1. Опростете израза $2014 - (x - (x - (x - (x - 2014))))$.

A) -2014 **B)** 0 **C)** 2014 **D)** $4.x$

Задача 2. Дадени са n числа $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$, всяко от които е или 1, или (-1), и $a_1 \times a_2 + a_2 \times a_3 + \ldots + a_{n-1} \times a_n + a_n \times a_1 = 0$. Числото n НЕ може да бъде:

A) 2 014 **B)** 2 012 **C)** 2 008 **D)** 4 028

Задача 3. В 2014 килограма краставици водата е 99 %. Като престояли известно време, водата в тези краставици намаляла до 98 %. Тогава теглото на краставиците

A) намалява с 2 *кг* **B)** намалява 2 пъти **C)** намалява с 4 *кг* **D)** намалява 4 пъти

Задача 4. От три метални кубчета с ръбове 3 *см*, 4 *см* и 5 *см* след разтопяване са отлели ново кубче. Ръбът на новото кубче е:

A) 6 *см* **B)** 7 *см* **C)** 5,5 *см* **D)** 6,5 *см*

Задача 5. Правоъгълник е разделен чрез две пресичащи се прави, успоредни на страните му, на 4 по-малки правоъгълника, три от които имат лица $3\ cm^2$, $4\ cm^2$ и $5\ cm^2$ (виж чертежа) Да се намери лицето на четвъртия правоъгълник.

x	$4\ cm^2$
$3\ cm^2$	$5\ cm^2$

A) $5\ cm^2$ **B)** $3{,}75\ cm^2$ **C)** $4{,}25\ cm^2$ **D)** $2{,}4\ cm^2$

Задача 6. Произведението на височините на един правоъгълен триъгълник е четири пъти по-малко от произведението на страните му. Най-малкият ъгъл на този триъгълник е:

A) 60^0 **B)** 45^0 **C)** 30^0 **D)** 15^0

Задача 7. Намерете стойността на израза

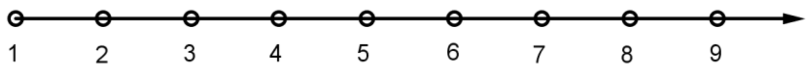
$$2\,014^3 - 2015^3 + 3 \times 2014 \times 2015\ .$$

A) 0 **B)** – 1 **C)** – 2015 **D)** – 2 014

Задача 8. Десет ученици решили общо 35 задачи. Има поне един от тях решил точно една задача, поне един -решил точно две задачи и поне един -решил точно три задачи. Намерете колко най-малко е броят на учениците, които са решили най-малко пет задачи.

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** повече от 3

Задача 9. Аля иска да оцвети някои от точките 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 върху числовата ос така, че разстоянието между всеки две оцветени точки да е различно от 4 и 7.



Най-много колко точки може да оцвети Аля?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Задача 10. Броят на участниците в математическо състезание е между 510 и 550. Ако броят на участвалите момичета е със 100 по–малък от утроения брой на участвалите момчета, най-малко колко момичета са участвали в състезанието?

A) 356 **B)** 359 **C)** 360 **D)** 369

Задача 11. Ако n и k са естествени числа, $(-1)^{n+1} + n$ и $(-1)^k + 2 \times k$ са реципрочни, тогава $n.k$ е ….

Задача 12. Кои са последните пет цифри на сбора на 2014-те числа: 1, 11, 111, 1111, ..., 111...111?

Задача 13. Колко са възможните стойности на израза $|a+b|$, ако a и b са цели числа, такива че $|a| \leq 1$ и $|b| \leq 2$?

Задача 14. Ако $a^2 - b^2 - 2b = A.(a+b+1)+1,$ определете $A\ +\ 1.$

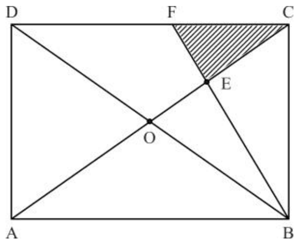
Задача 15. По колко начина можем да подредим 5 книги, така че две от тях винаги да са една до друга?

Задача 16. Кое е трицифреното число $\overline{abc}$, за което е изпълнено равенството
$\overline{abc} = 2(\overline{ab} + \overline{bc})$?

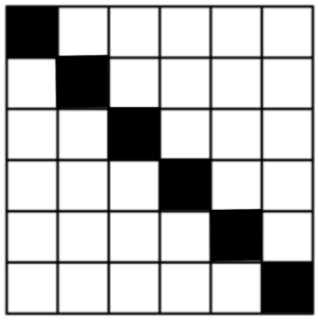
Задача 17. В един град живеят лъжци, които винаги лъжат, както и почтени хора, които винаги казват истината. Всеки жител на града има или куче, или котка. На въпроса "*Имаш ли куче?*" 100 от жителите на града ще отговорят "*Да*", а останалите 140 жители ще отговорят "*Не*". Ако 40% от жителите на града имат куче, а 55% от лъжците имат котка, колко са почтените хора в този град?

Задача 18. Коя е най-голямата възможна стойност на естествения параметър a, за която уравнението $a \times (x-3) = 2x+1$ има единствено решение, което е естествено число?

Задача 19. Диагоналите на правоъгълника *ABCD* се пресичат вточката *O*, а перпендикулярът през *B* към *AC* пресича *AC* и *DC* съответно в *E* и *F*, като е показано на чертежа. Ако $\sphericalangle BFD = 2 \times \sphericalangle BOC$ и лицето на триъгълника *EFC* е равно на 5, колко е лицето на правоъгълника *ABCD*?



Задача 20. В полетата на дъска 6×6 са записани естествените числа от 1 до 36 така, че всеки две последователни числа са записани в съседни полета. (Две полета са съседни ако имат обща страна.) Колко най-малко е сборът от числата, записани в оцветените диагонални полета?



7 КЛАС – ЕСЕН 2014

Задача 1. Пресметнете $1 - 5 + 9 - 13 + 17 - 21 + 25 - 29 + \cdots + 49 - 53 + 57 - 61$.

A) -32 **B)** -34 **C)** -36 **D)** -38

Задача 2. Пресметни 0,(3) – 0,(6)×2.

A) –1 **B)** –0.(6) **C)** 1 **D)** 1.(6)

Задача 3. Петцифреното число $\overline{2014a}$ се дели на 9. Остатъкът при делението на това число на 15 е:

A) a **B)** a + 4 **C)** 6a **D)** 14

Задача 4. Сборът на ординатите на точките $A(-4; 1)$, $B(2; y)$ и $C(x; -3)$ е равен на сбора на абсцисите. Определете $x - y$.

A) –2 **B)** –1 **C)** 0 **D)** 2

Задача 5. Произведението от три естествени числа е 12. Намерете най-големият възможен сбор на тези числа.

A) 8 **B)** 9 **C)** 7 **D)** друг отговор

Задача 6. В един моливник има 20 молива от 3 различни цвята. Ако се вземат най-малко 15 молива и се гарантира, че са взети моливи от всичките три цвята, най-малко колко моливи трябва да се вземат, за да е сигурно, че са взети моливи от два различни цвята?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10 **D)** 11

Задача 7. В координатна система с единична отсечка 1 *см* върховете на триъгълник ABC имат координати съответно (0; 0), (0; 2), (x; 2), Лицето на този триъгълник е винаги:

A) x *кв. см* **B)** 2x *кв. см* **C)** 1 *кв. см* **D)** 2 *кв. см*

Задача 8. Сборът от абсолютните стойности на всички цели числа x, които са такива, че $|x| > N$ и $|x| > 3$ където N е естествено число, е 18. Тогава N е:

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Задача 9. За колко цели неотрицателни числа n е изпълнено неравенството

$$3^0 + 3^1 + 3^2 + \cdots 3^n < 1000 \; ?$$

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Задача 10. Ако $A > B$, кое от посочените неравенства винаги е вярно?

A) $-2 \times A > -2 \times B$ **B)** $A^2 > B^2$ **C)** $2 \times A - 1 > 2 \times B$ **D)** $A^3 > B^3$

Задача 11. Определете най-големият общ делител на $3^4 \times 1\,189$ и $3 \times 29 \times 589$.

Задача 12. Определете x, ако

$$\frac{20}{14} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x}}.$$

Задача 13. Колко най-много части с дължини 15 *см* и 18 *см* могат да се получат от конец с дължина 1,14 *м*?

Задача 14. В две стаи има общо 76 човека. Ако от първата излязат 30, а от втората – 40, тогава в двете стаи ще има по един и същ брой човека. Колко човека са останали в първата стая?

Задача 15. Колко са възможните двуцифрени числа N, такива че

$$1^N + 2^N + 3^N + 4^N$$

се дели на 10?

Задача 16. За 30 секунди един човек се спуска с ескалатор, като едновременно слиза с постоянна скорост по стъпалата на движещия се ескалатор. Ако човекът увеличи скоростта си три пъти, той ще се спусне за 20 секунди. За колко секунди ще се спусне , ако стои неподвижно върху ескалатора?

Задача 17. Средноаритметичните на всеки 2 от 3 числа са числата 6, 8 и 10. Намерете средноаритметичното на трите числа.

Задача 18. На един остров живеят само рицари и пирати. Рицарите винаги казват истината, а пиратите винаги лъжат. Един ден трима от жителите на острова се срещнали и двама от тях изказали едно и също твърдение: „*Точно двама от нас тримата са пирати*." Колко е броят на пиратите между тримата?

Задача 19. Определете най-малкото просто число, което може да се представи като сбор на две, три, четири и пет различни прости числа.

Задача 20. Нека A, B, C и D са числа, такива че

$$x^3 - 2x + 3 = A \times (x-2)^3 + B \times (x-2)^2 + C \times (x-2) + D$$

е тъждество. Определете D.

7 КЛАС - ЗИМА 2015

Задача 1. Стойността на израза $x - (x - (x - 2))$ за $x = 2$ е:

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** -2

Задача 2. При $x = -1$ най-малка стойност има израза

A) $|x-1|$ **B)** $-x^3 - 1$ **C)** $(x-1)^3$ **D)** $x \times (x-1)$

Задача 3. Стойността на израза $2015^3 - 2014^3 - 6045 \times 2014$ е:

A) 2016 **B)** -2016 **C)** 1 **D)** -1

Задача 4. Кое от посочените числа НЕ е делител на $2^{14} - 4$?

A) 126 **B)** 130 **C)** 132 **D)** 7

Задача 5. При преобразуването на многочлен в нормален вид трима ученици получили три различни грешни резултата $x^2 - x + 2$, $2x^2 - x - 2$ и $x^2 + x - 2$, но всеки е познал точно два коефициента. Кой е верният отговор?

A) $2x^2 - x - 2$ **B)** $x^2 - x - 2$ **C)** $x^2 + x + 2$ **D)** $2x^2 + x - 2$

Задача 6. Ако a и b са цели числа, за които $|a| < 3$ и $2 < |b| < 4$, броят на различните стойности, които приема израза $2a - b$ е:

A) 6 **B)** 7 **C)** 8 **D)** 9

Задача 7. Увеличили дължината на кашон 25%, а широчината намалили с 36 %. С колко процента трябва да се увеличи височината на кашона, за да не се промени обемът му?

A) 11 **B)** 36 **C)** 25 **D)** 50

Задача 8. Ако $a - 2 = b - 3 = c - 4 = d + 1$, тогава

A) $a < b < c < d$ **B)** $a < d < c < b$ **C)** $d < a < b < c$ **D)** $a < c < d < b$

Задача 9. Влак се движи със скорост 0,8 km/min. Ако увеличи скоростта си със 100 m/min, този влак ще измине 270 km за

A) 5 h **B)** 4 h **C)** 6 h **D)** 8h

Задача 10. В приказното езеро се случват чудеса. Ако има 3 лилии, които всеки ден се утрояват, то ще се покрие изцяло с лилии след 5 дни. След колко дни това приказно езеро ще се покрие с изцяло с лилии, ако в него има 2 лили?

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** 8

Задача 11. Колко градуса е най-големият получен ъгъл при пресичането на две прави, ако сбора на два от тях е 120 градуса.

Задача 12. Разполагаме с топчета – 4 сини, 3 червени и 1 бяло. По колко начина можем да поставим тези топчета в две кутии, ако една от тях може да побере не повече от 3, а другата – не повече от 5 топчета?

Задача 13. Даден е триъгълник ABC. На продължението на страната AB е отбелязана точката K, такава че точката B е среда на отсечката AK. На продължението на страната CA е отбелязана точката L, такава че точката A е среда на отсечката CL. На продължението на страната BC е отбелязана точката M, такава че точката C е среда на отсечката BM. Определете отношението на лицата на триъгълниците ABC и KLM.

Задача 14. В една тъмна стая има обувки - 10 чифта черни и 10 чифта кафяви обувки. Намерете най-малкия брой обувки, които трябва да вземем, така че сред тях винаги да се окажат поне 2 чифта от различен цвят (счита се, че в тъмното не можем да различаваме не само цветовете, но и лява от дясна обувка)

Задача 15. При делението на $\boldsymbol{x^2 - 2x - 3}$ на $\boldsymbol{2x + 1}$ се получава частно $\boldsymbol{A \times x + B}$ и остатък *C*. Пресметнете *A* + *B* - *C*.

Задача 16. Страните и височините на успоредник са 4 cm, 6 cm, 8 cm и 12 cm. Колко cm е обиколката на успоредника?

Задача 17. Разполагаме с 370 еднакви квадрата. Колко ще останат неизползвани, ако построим квадрат с възможно най-голяма обиколка?

Задача 18. Купих две книги *A* и *B*. Книгата *A* е 20 % по-скъпа от книгата *B*. С колко процента книгата *B* е по-евтина от книгата *A*?

Задача 19. Ако след превеждането на

$$(x+1)\times(x+2)\times(x+3)\times(x+4)\times(x+5)\times(x+6)$$

в нормален вид се получава

$$a_6 \times x^6 + a_5 \times x^5 + a_4 \times x^4 + a_3 \times x^3 + a_2 \times x^2 + a_1 \times x + a_0$$

пресметнете $a_1 + a_3 + a_5$.

Задача 20. Естественото число *x* има за цифра на единиците 5. Определете възможните стойности на цифрите на стотиците на числото x^2.

7 КЛАС – ПРОЛЕТ 2015

Задача 1. След пресмятане на

$$\frac{2^{3^2} - (2^3)^2 + (-8)^2}{128}$$

се получава:

A) $-0{,}5$ **B)** 0,5 **C)** 4 **D)** 12

Задача 2. Стойността на израза $1{,}72^2 + 3{,}44 \times 1{,}28 + 1{,}28^2$ е:

A) 0,09 **B)** 0,9 **C)** 3 **D)** 9

Задача 3. Височините AA_1 и BB_1 в остроъгълния ΔABC се пресичат в точка H. Ако $\sphericalangle ACB = 80^0$, то мярката на $\sphericalangle AHB$ е:

A) 10^0 **B)** 80^0 **C)** 90^0 **D)** 100^0

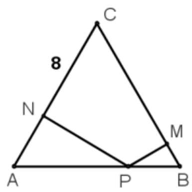
Задача 4. По-големият корен на уравнението $|3x-5| = 2$ е:

A) 1 **B)** $-2\frac{1}{3}$ **C)** $-2\frac{1}{3}$ **D)** -1

Задача 5. В правоъгълния ΔABC хипотенузата $AB = 16\ cm$ и $\sphericalangle BAC = 15^0$. Лицето на триъгълника е:

A) $16\ cm^2$ **B)** $32\ cm^2$ **C)** $64\ cm^2$ **D)** не може да се определи

Задача 6. Какво е отношението $BM \div BC$ от чертежа, ако ΔABC е равностранен, $PM \perp BC$, $PN \perp AC$, $CN = 8\ cm$ и $CN: AN = 2 \div 1$?



A) 2÷1 **B)** 1÷3 **C)** 5÷7 **D)** 1÷6

Задача 7. Ако $a+b=3$ и $a \times b = -4$, то a^2+b^2 е равно на:

A) 4 **B)** -1 **C)** 17 **D)** 27

Задача 8. Кое от посочените числа има точно 6 делителя естествени числа?

A) 20 **B)** 17 **C)** 24 **D)** 29

Задача 9. Най-малката стойност на израза x^2+5x+6 е:

A) $-2{,}5$ **B)** $-0{,}25$ **C)** 0 **D)** 0,25

Задача 10. Средноаритметичното на корените на уравнението $x^2 = 2 \times x$ е:

A) 0 **B)** 0,5 **C)** 1 **D)** 2

Задача 11. Две зали на летище са свързани с транспортна пътека, движеща се със скорост 50 *m/min*. Човек, стоящ неподвижно на пътеката ще измине разстоянието между двете зали за 5 min повече, отколкото ако върви по пътеката със скорост 5 *km/h*. Колко метра е дължината на транспортната пътека?

Задача 12. Намерете скоростта на влак в *km/h*, ако той минава покрай стълб за 7 секунди и през мост с дължина 378 *m* за 25 секунди.

Задача 13. Кое е най-голямото цяло число, което не е решение на неравенството $\mathbf{-2x < (-1)^{2015}}$ **?**

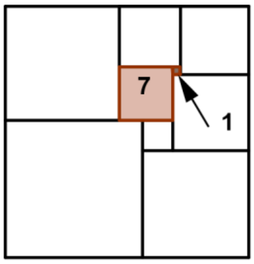
Задача 14. Намерете всички трицифрени числа, които са 34 пъти по-големи от сбора от цифрите си и се делят на 9.

Задача 15. Средноаритметичното на две различни естествени прости числа е естественото число n. Ако $\frac{1}{n^2}$ се намира между $\frac{1}{25}$ и $\frac{1}{4}$, кои са двете прости числа?

Задача 16. За кои числа x и y изразът $x^2 - 8xy + 19y^2 - 6y + 3$ приема най-малка стойност?

Задача 17. Даден е равнобедрен правоъгълен ΔABC с катети с дължина 2 cm. Ако CL е ъглополовящата на правия ъгъл ($L \in AB$), да се намери сборът от разстоянията от точката L до катетите AC и BC.

Задача 18. Намерете сборът от целите стойности на параметъра a, за които коренът на уравнението $a(x-1) = 2x + 3$ е цяло число.**Задача 19.** Правоъгълникът на чертежа е разделен на 9 квадрата. Дължините на страните на защрихованите квадрати са съответно 7 cm и 1 cm. Намерете обиколката на правоъгълника.



20. За кои естествени числа n числото $A = n^4 + 4$ е просто?

7 КЛАС – ФИНАЛ 2015

Задача 1. Коя от посочените дроби НЕ удовлетворява условието:

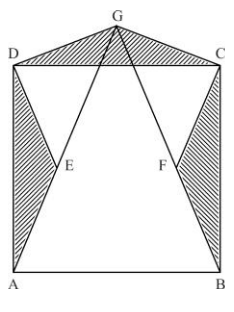
„*Правилна дроб, по-голяма от 1/3, която НЕ се променя, ако увеличим числителя с 2 и умножим знаменателят с 2*”?

A) $\frac{2}{3}$ **B)** $\frac{2}{4}$ **C)** $\frac{2}{5}$ **D)** $\frac{2}{7}$

Задача 2. Броят на четните положителни числа, които се делят на 9 и са по-малки от 2015 е:

A) 225 **B)** 224 **C)** 111 **D)** 112

Задача 3. На страните на квадрата *ABCD* са построени еднаквите равнобедрени триъгълници *ADE*, *BCF* и *CDG* така, че *E* и *F* лежат съответно на *AG* и *BG*. Ъгълът AGB е:



A) 30° **B)** 36° **C)** 42° **D)** 45°

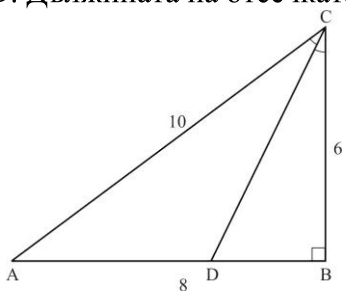
Задача 4. Броят на целите стойностите на параметъра a, при които уравнението $(a-2) \times x = (a+3) \times (a-2)$ има единствен цял положителен корен, който удовлетворява неравенството

$$\frac{x+9}{6}-\frac{x-2}{3}>1$$

е:

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** 6

Задача 5. В правоъгълния триъгълник *ABC* със страни *AB* = 8 *cm*, *BC* = 6 *cm*, *CA* = 10 *cm* е построена ъглополовящата *CD*. Дължината на отсечката *DB* в *cm* е:



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5

Задача 6. Броят на участниците в математическо състезание е между 509 и 599. Ако половината от тях получат повече от 10 точки, а само 8 % от тях решат всички задачи, тогава броят на участниците е:

A) 530 **B)** 550 **C)** 580 **D)** 590

Задача 7. Ако p е просто число, тогава остатъкът при делението на p^2 на 12 НЕ **е:**

A) 1 **B)** 4 **C)** 9 **D)** 11

Задача 8. Стойността на параметъра a , за която неравенствата

$6x-3>5$ и $ax-a>-4$ са еквивалентни е:

A) -12 **B)** 12 **C)** 2 **D)** друг отговор

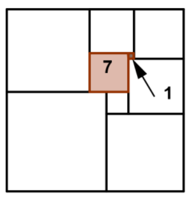
Задача 9. Средноаритметичното на всеки три от 4 числа е 2015. Средноаритметичното на тези 4 числа и 2015 е:

A) 806 **B)** 4030 **C)** 1007,5 **D)** друг отговор

Задача 10. Ако a и b са цели числа, за които $|a|<3$ и $2<|b|<5$, броят на различните стойности, които приема израза $3a-2b$ е:

A) 15 **B)** 16 **C)** 17 **D)** повече от 17

Задача 11. Правоъгълникът на чертежа е разделен на 9 квадрата. Дължините на страните на защрихованите квадрати са съответно 7 *cm* и 1 *cm*. Намерете лицето на най-големия от деветте квадрата.



Задача 12. Лодка, която се движи със скорост 10 km/h, отплавала от пристанище *X* срещу течението на една река. След 3 часа пристигнала в пристанище *Y* и се върнала обратно в *X* за 1 час. Определете скоростта на течението на реката.

Задача 13. Реципрочната стойност на 11 е представена като сбор на реципрочните стойности на две естествени числа. Колко са всички такива представяния?

Задача 14. Броят на едноцифрените числа, по-малки от числото *X* е с 3 повече от броя на едноцифрените числа по-големи от числото *X*. Определете *X*.

Задача 15. Точките M и P са от страните AB и BC на триъгълник ABC. Ако $AC=BC$, $CM=CP$ и $\sphericalangle ACM + \sphericalangle PMB = 45^0$, да се пресметне $\sphericalangle PMB$.

Задача 16. Числото *A* е 2015 – цифрено и се дели на 9. Сумата на цифрите на *A* е *B*. Колко са възможните стойности на *B*?

Задача 17. Височината към хипотенузата на правоъгълен триъгълник е 2 cm. Да се намери най-малката възможна стойност на лицето на този триъгълник.

Задача 18. Най-малкото общо кратно на две числа, които не се делят едно на друго, е равно на 630, а най-големият общ делител е 18. Намерете тези числа.

Задача 19. Числото *A* е увеличено с 10 % и е получено числото *B*. След това *B* е намалено с 10 % и се получило числото *C*. Да се пресметне частното на *C* и *A*.

Задача 20. Изразът $x^4 + x^2y^2 + y^4$ е произведение на многочлена *A* и многочлена $x^2 - xy + y^2$. Определете *A*.

7 КЛАС – ЕСЕН 2015

Задача 1. Ако $a^2 \& b \times a = a^4 \div \frac{a}{b}$, символът & означава действието:

A) събиране **B)** изваждане **C)** умножение **D)** деление

Задача 2. Стойността на израза

$$9 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \text{ е:}$$

A) 98 406 **B)** 9 846 **C)** 27.10^9 **D)** 60 489

Задача 3. Сборът от абсолютните стойности на всички цели числа x, такива че $|x| < 5$ и $|x| > 3$, е:

A) 0 **B)** 4 **C)** 6 **D)** 8

Задача 4. Кое е най-голямото естествено число n, за което

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^n < 1000?$$

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10

Задача 5. Ако $x + \frac{1}{2} = y, y + \frac{1}{3} = z$ и $z + \frac{1}{6} = x + A,$ тогава A е

A) -2 **B)** -1 **C)** 0 **D)** 1

Задача 6. Точките *A, B* и *C* лежат на една права. Разстоянието от *A* до *B* е 16 *см,* а от *C* до *A* е 10 *см*. Определете разстоянието от средата на отсечката *BC* до средата на отсечката *AB*.

A) $3\ cm$ **B)** $5\ cm$ **C)** $6\ cm$ **D)** $8\ cm$

Задача 7. В един съд има 44 литра вода, а в друг – 8 литра. Към всеки от двата съда добавили еднакво количество вода, така че в единия съд водата станала четири пъти повече, отколкото в другия. По колко литра вода е добавена във всеки от тях?

A) 8 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 36

Задача 8. Ако $a^3 = 4a^2 + 4a + 5$, то a^4 е равно на:

A) $20a^2 + 21a + 20$ **B)** $20a^2 + 16a + 5$ **C)** $20a^2 + 21a + 5$ **D)** $16a^2 + 21a + 20$

Задача 9. Ученик отговорил вярно на 3 от първите 8 въпроса в теста. На колко от оставащите 12 въпроса трябва да отговори вярно ученикът, за да реши вярно 75 % от задачите в теста?

A) 9 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12

Задача 10. Ако абсолютните стойности на числата *x* и *y* са равни, $x \neq 0, y \neq 0$, тогава изразът

$$A = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} - \left|\frac{x}{y}\right|$$

приема:

A) само 1 стойност **B)** 2 различни стойности **C)** 3 различни стойности **D)** 4 различни стойности

Задача 11. Ако

$$\frac{1}{4 \times 7 \times 10} = \frac{1}{18}.\left(\frac{1}{4} + \frac{y}{7} + \frac{z}{10}\right),$$

определете $10y + 7z$.

Задача 12. Пресметнете *A*, ако

$(2x^2 - 3x + 1) \times (5x^3 - 2x + 1) = 10x^5 - 15x^4 + A.x^3 + 8x^2 - 5x + 1.$

Задача 13. Измежду 80 човека 39 имат кафява коса, 30 имат кафяви очи, на 15 и косата, и очите са кафяви. На колко от тях нито косата, нито очите са кафяви?

Задача 14. По окръжност са отбелязани *X* точки, от които *5* са червени, а останалите са сини. Всеки две от отбелязаните точки са свързани с отсечка. Ако броят на отсечките с два червени края е равен на броя на отсечките с разноцветни краища, колко е *X*?

Задача 15. Естествените числа са групирани по следния начин:

$$\{1\}, \{2, 3, 4\}, \{5, 6, 7, 8, 9\}, \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}, \ldots$$

Колко е сборът на числата в десетата група?

Задача 16. Към 150 грама смес от мляко и какао в отношение $1 \div 4$ прибавих 100 грама смес от мляко и какао в отношение 4 : 1. В какво отношение са млякото и какаото в получената смес?

Задача 17. Кое е трицифреното число $\overline{abc}$, за което е изпълнено равенството

$$\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}\ ?$$

Задача 18. Колко са петцифрените числа, които завършват на 6 и се делят на 3?

Задача 19. Определете най-малкото просто число, което може да се представи като сбор на четири различни прости числа.

Задача 20. Намерете n, ако

$$(a+1)\times(a^2+1)\times(a^4+1)\times(a^8+1)\times(a-1)=a^n-1.$$

7 КЛАС – ЗИМА 2016

Задача 1. $30^0-25^0 30'35''=$

A) $5^0 29'25''$ **B)** $4^0 29'25''$ **C)** $3^0 29'25''$ **D)** друг отговор

Задача 2. През 1808 г. немският математик Карл Гаус въвежда означението [x]. С него означава най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x.

Стойността на $[-20{,}15]+[20{,}15]+[-20{,}16]+[20{,}16]$ е:

A) -2 **B)** -1 **C)** 0 **D)** 1

Задача 3. Стойността на израза

$$\frac{999^3-1}{998}+999$$

е:

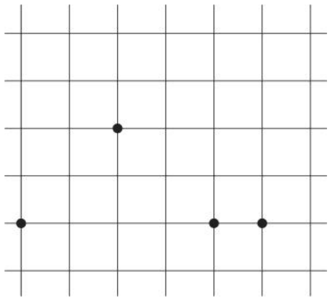
A) 1 000 **B)** 10 000 **C)** 100 000 **D)** 1 000 000

Задача 4. Един от вътрешните ъгли на триъгълник е 70 градуса, а разликата на два от вътрешните ъгли на този триъгълник е 30 градуса. Колко са тези триъгълници според ъглите?

Пояснение: Сборът от вътрешните ъгли на триъгълник е 180 градуса.

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Задача 5. На квадратната мрежа са отбелязани 4 точки. Колко остри ъгли се получават при пресичането на правите, преминаващи през всеки две от дадените точки?



A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** друг отговор

Задача 6. Колко е остатъкът при делението на числото 10^{2016} на 15?

A) 0 **B)** 5 **C)** 10 **D)** 15

Задача 7. Произведението на две цели числа, които са по-малки от 7 и по-големи от (-77), е 77. Сборът на тези числа е:

A) -18 **B)** -78 **C)** 18 **D)** 78

Задача 8. При сушене ябълките губят 84% от теглото си. От колко килограма ябълки ще се получат 24 кг сушени ябълки?

A) 84 **B)** 100 **C)** 125 **D)** 150

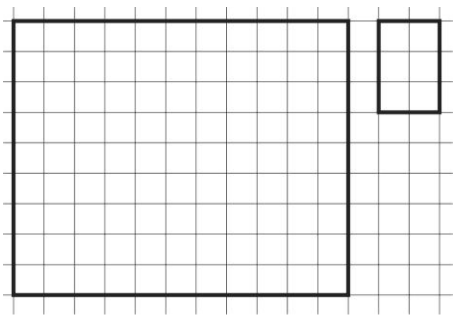
Задача 9. Питър събрал 3 последователни нечетни числа и получил сбор A. Стивън събрал 3 последователни нечетни числа и получил сбор B. Ако сред числата, които е събирал Питър има 1 от числата, които е събирал Стивън, тогава най-голямата възможна разлика на получените сборове A и B е:

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13

Задача 10. Шифърът на сейф е съставен от всички нечетни цифри, без да се повтарят. Колко най-много различни неуспешни опити можем да направим, преди да открием шифъра?

A) 120 **B)** 99 **C)** 119 **D)** друг отговор

Задача 11. На колко най-много правоъгълници с размери $3\,cm \times 2\,cm$ можем да разрежем правоъгълник с размери $11\,cm \times 9\,cm$?



Задача 12. Естественото числото A се увеличава 11 пъти, ако запишем отдясно една от деветте цифри 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 или 9. Колко цифри има числото A?

Задача 13. По колко начина можем да разделим 7 теглилки от 1 , 2, 3, 4, 5, 6 и 7 *грама* на 2 групи с равни тегла?

Задача 14. Колко са правилните несъкратими дроби, на които числителят и знаменателят са естествени числа със сбор 33?

Задача 15. Кое е най-малкото естествено число N, за което произведението на 13, 17 и N може да се представи като произведение на три последователни естествени числа?

Задача 16.

– Колко е часът? – попитали Питагор.

– До края на денонощието остават два пъти по две пети от времето, което е минало от началото – отговорил той.

Колко е часът?

Задача 17. За $x = 3$ стойността на израза $\frac{3x-6}{3} - A$ е (-1). Определете стойността на израза за $x = 2$.

Задача 18. Колко са простите числа p, за които и трите числа $p,\ p+10$ и $p+14$ са прости?

Задача 19. В една кошница имаше 18 ябълки, а в друга – 20. От първата кошница взех няколко ябълки, а от втората взех толкова ябълки, колкото са останали в първата кошница. Колко ябълки са останали общо в двете кошници?

Задача 20. Ако A е цяло число, намерете най-големия остатък при делението на A^2 на 4.

7 КЛАС – ПРОЛЕТ 2016

Задача 1. Ако $x < -1$, тогава стойността на израза $|x+1| + x - |x+2|^2 + (x+2)^2$ е:

A) $2x$+1 **B)** $2x - 1$ **C)** 1 **D)** -1

Задача 2. Най-малката стойност на израза $4x^2 - 4xy + 2y^2 - 8y + 2032$ се постига при $x\ =$

A) 2016 **B)** 1 **C)** -2 **D)** 2

Задача 3. Сборът на двуцифрените числа $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ не може да е равен на

A) 66 **B)** 154 **C)** 198 **D)** 155

Задача 4. Стойността на израза

$$A = \frac{2017^2 - 2018 \times 2016}{201620162016^2 - 201620162015 \times 201620162017}$$

може да се пресметне чрез опростяване на израза $x^2 - (x-1) \times (x+1)$

Стойността на A е:

A) 2017 **B)** 2016 **C)** 2015 **D)** друг отговор

Задача 5. Всички стойности на параметъра a, за които 3 е корен на уравнението

$a^2x = 10x - 3$, са числата:

A) 3 **B)** -3 **C)** 2 и -2 **D)** 3 и -3

Задача 6. На коя степен трябва да повдигнем 6^6 за да получим 36^{36}**?**

A) 2 **B)** 6 **C)** 12 **D)** 24

Задача 7. Ако $a < b$ и $a^2 > b^2$, то a е:

A) неотрицателно число **B)** отрицателно число

C) положително число **D)** не може да се определи

Задача 8. Ако всеки от ъглите на четириъгълник е средноаритметично на останалите три ъгъла, тогава този четириъгълник е винаги:

A) успоредник **B)** ромб **C)** квадрат **D)** правоъгълник

Задача 9. Колко от решенията на уравнението $(x-2) \times (x^2 - 9) = 0$ са решения на неравенството $|x| > 2$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 10. След увеличение на цената с 20 % една стока струвала \$ 240. Цената на тази стока преди увеличението е била:

A) \$ 200 **B)** \$ 210 **C)** \$ 220 **D)** \$ 230

Задача 11. С цифрите 0, 1, 2, 3, 4 и 5 са записани всички четирицифрени числа, които няма повтарящи се цифри и се делят на 5. Каква част от тези числа са числата, които се делят на 10?

Задача 12. 26 литра сок трябва да бутилираме в общо 10 бутилки от по 1 литър, 3 литра и 5 литра като броят на бутилките от 1 литър е четно число. Колко са бутилките от 5 литра?

Задача 13. Нека $A = |2^N - 3| - |4 - 2^N|$, където N е цяло положително число. Пресметнете най-малката стойност на A.

Задача 14. Колко са различните възможни остатъци при делението на простото число p на 6?

Задача 15. Многочленът $x^2 + 5x + 6$ е записан във вида $A \times (x-1)^2 - B \times (x-1) + C$. Пресметнете $A + B + C$.

Задача 16. На всяка стена на куб с ръб 1 cm е залепен куб с ръб 1 cm. Лицето на повърхнината на полученото тяло е ... cm^2

Задача 17.

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \ldots + 99^2 - 100^2 = \ldots$$

Задача 18. В турнир по шахмат, всеки участник трябва да изиграе по една партия с всеки от останалите. В турнира участват 4 шахматисти: Александър, Борис, Валентин и

Георги. Досега Александър е изиграл 3 партии, Борис - 2 партии, Валентин - 2. Колко партии е изиграл Георги?

Задача 19. Ако произведението на 100 числа е отрицателно число, тогава колко са възможностите за брой на отрицателните числа сред тези множители.

Задача 20. **(***по мотиви на задача от Йохан Бутев живял през 16 век***)** Цената на 9 ябълки, намалена с цената на една круша, възлиза на 13 *денара*, а цената на 15 круши намалена с цената на една ябълка, възлиза на 6 *денара.* Колко *денара* трябва да заплатя за една ябълка и една круша?

7 КЛАС – ФИНАЛ 2016

Задача 1. Произведението на 100 цели числа е 100. Колко е най-малкият възможен сбор на тези числа?

A) -199 **B**) -195 **C**) -2 **D**) 0

Задача 2. Числата от 0 до 100 са записани едно до друго: 01234567891011...979899100. Ако зачеркнем три последователни цифри, първите две от които имат сбор 10, третата цифра най-често е:

A) 0 **B**) 1 **C**) 2 **D**) 3

Задача 3. Сборът на двуцифрените числа $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ е квадрат на естествено число и е равен на

A) 196 **B**) 169 **C**) 144 **D**) 121

Задача 4. Колко е остатъкът при делението на 10^{2016} на 12?

A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 8

Задача 5. Ако за всяка стойност на a е изпълнено, че

$a^5 + a + 1 = (a^2 + \alpha a + 1) \times (a^3 + \beta a^2 + 1)$, тогава $\alpha - 3\beta =$

A) -2 **B)** -1 **C)** 2 **D)** 4

Задача 6. Колко най-малко съставни цели числа, по-малки от 50 трябва да изберем, така че поне две от тях да имат общ делител, по-голям от 1?

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Задача 7. Числото (-1) е корен на уравнението

$$5 \times (5x + A) \times (3x + 1) - 3 \times (5x - 1) = 48,$$

в което x е неизвестно, а A – параметър. Тогава $A =$

A) -1 **B**) 0 **C**) 1 **D**) 2

Задача 8. Върху страната *BC* на триъгълник *ABC* е взета точката *M* така, че *CM*=*MA*=*AB* и *AC*=*BC*. Тогава $\sphericalangle CAB : \sphericalangle ACB \ =$

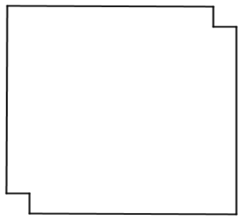
A) 2 **B**) 1,5 **C**) 2,5 **D**) 3

Задача 9.

$$\frac{21^2+23^2+25^2+\cdots+37^2+39^2 - (1^2+3^2+5^2+\cdots+17^2+19^2)}{40^2}=$$

A) 5 **B)** 7 **C)** 9 **D)** 11

Задача 10. От квадрат със страна 10 *см* изрязваме от двата противоположни ъгъла по едно квадратче, всяко със страна 1 *см*. На колко най-много правоъгълници с размери 1 *см* на 2 *см* може да разрежем получената фигура?



A) 98 **B**) 49 **C**) 48 **D**) друг отговор

Задача 11. Определете всички цели числа A, такива че $A \times A = \overline{BC}$ ($\overline{BC}$ е двуцифрено число) и двуцифреното число $\overline{CB}$ може да се представи като произведение на две последователни нечетни числа?

Задача 12. В 5 кг пресни гъби съдържанието на водата е 90 %. След сушене водата е вече 20% от теглото на изсушените гъби. Колко грама тежат изсушените гъби?

Задача 13. В някоя година три последователни месеца имат по 4 недели. Кои са възможните сборове от дните на тези три последователни месеца?

Задача 14. Разглеждаме двойките числа: $(1, n), (2, n-1), \ldots, (n-1, 2), (n, 1)$. Ако сборът на цифрите на числата от всяка група е 11, да се определи n.

Задача 15. Равнобедрен триъгълник с бедро 2 cm и квадрат със страна 1 cm имат равни лица. Колко градуса е най-малкият ъгъл на триъгълника?

Задача 16. Ако N е цяло число, колко са възможните остатъци при делението на N^4на 5?

Задача 17. След като изминах $33\frac{1}{3}\%$ от пътя и още 200 m, ми остана да измина още с 50 m по-малко от изминатия път. Колко km е пътя, който трябва да измина?

Задача 18. През 1808 г. немският математик Карл Гаус въвежда означението $[x]$.

С него означава най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x.

Пресметнете стойността на израза $\left[\frac{\left[-\frac{2017}{5}\right]}{3}\right]-\left[\frac{2017}{15}\right]$.

Задача 19. Пет тъкачки за 3 дни изтъкават 10 килима. Колко килима ще изтъкат 3 тъкачки за 7 дни?

Задача 20. Средноаритметичните на всеки 3 от 4 числа са числата 9, 12, 21 и 21. Намерете средноаритметичното на четирите числа.

7 КЛАС: ЕСЕН 2016

Задача 1. Най-малкото сред числата $(-2)^2, 2^{-2},\ (-3)^3$ и 3^{-3} е:

A) $(-2)^2$ **B)** 2^{-2} **C)** $(-3)^3$ **D)** 3^{-3}

Задача 2. Днес е вторник. Кой ден от седмицата ще е след 365 дни, считано от утре?

A) понеделник **B)** вторник **C)** сряда **D)** четвъртък

Задача 3. Намерете броя на четирицифрените числа, които се записват само с цифрите 1 и 2, и които се делят на 12 (с остатък 0).

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** повече от 3

Задача 4. Пресметнете $10^3 \div (2\ \times\ 2^2\ \times\ 2^3 \times 5^3)$.

A) 0,125 **B)** 0,25 **C)** 0,5 **D)** 0,625

Задача 5. Колко са простите числа P, за които

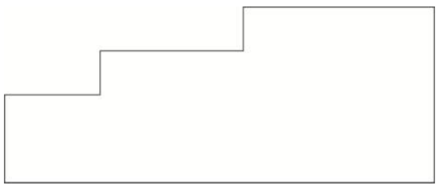
$$1\frac{1}{4} > \frac{P}{9} > \frac{1}{5}\,?$$

A) 5 **B)** 6 **C)** 9 **D)** 10

Задача 6. Ако $\overline{abc}$ е трицифрено число, записано с различни цифри, а x е цяло число, такова че $x^{\,2} = \overline{abc}$, пресметнете най-малката стойност на $\overline{abc} + x$.

A) 110 **B)** 132 **C)** 156 **D)** 182

Задача 7. От три квадрата със страни в сантиметри a, b и c ($a < b < c$) е образувана фигура, както е показано на чертежа



Ако лицето на получената фигура е 152 *кв. cm* и $a{:}b{:}c = 2 : 3 : 5$, пресметнете колко *сантиметра* е $a + b + c$?

A) 5 **B)** 10 **C)** 15 **D)** 20

Задача 8. Коя е най-малката стойност на естественото число n, за която

$$3^n + 4^n + 5^n > 1000?$$

A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7

Задача 9. Обиколките на два квадрата се отнасят, както 2:5. Пресметнете отношението на лицата на тези квадрати.

A) 0,4 **B)** 2,5 **C)** 0,16 **D)** 6,5

Задача 10. Двама братя *A* и *B* имат общо 43 бонбона. Ако *A* подари на сестра си 5 бонбона, а *B* – 13, тогава *A* ще има 2/3 от останалите бонбони на *B*. Колко бонбона е имал в началото *A*?

A) 10 **B)** 15 **C)** 20 **D)** 45

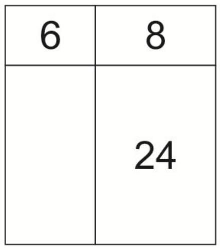
Задача 11. Намерете най-малкото естествено число, което се дели на 99, а при делението на 97 дава остатък 16.

Задача 12. Ако естествените числа *A, B* и *C* се записват само с общо 4 цифри 2, определете числото *C,* така че A^{B^C} е най-голямо?

Задача 13. Произведението на две последователни цели числа има за цифра на единиците цифрата *X*. Произведението на три последователни цели числа има за цифра на единиците същата цифра *X*. Определете всички възможни стойности на цифрата *X*.

Задача 14. Първата от три книжки има 120 страници по-малко, отколкото сбора на страниците на другите две. Втората има 100 страници по-малко, отколкото сбора на страниците на другите две. Колко страници има третата книга?

Задача 15. Правоъгълник *A* е разрязан на четири правоъгълника с дължини на страните цели числа сантиметри и лица на три от тях, в квадратни сантиметри, както е показано на чертежа.



Колко сантиметра е обиколката на правоъгълника *A*?

Задача 16. Ако *N* е естествено число, тогава с *N*! означаваме произведението на всички естествени числа от 1 до *N* включително. Намерете най-малкото просто число, което е по-голямо от цялото число, равно на стойността на израза

$$\frac{8!}{7! \times 2!}$$

Задача 17. Средната възраст на мен, мама и татко е 21 години. На колко години е сестра ми, ако средната възраст на мен, мама, татко и сестра ми е 18 години?

Задача 18. Известно е, че 25 еднакви бонбони струват повече от 8,5 долара, но по- малко от 9 долара. Колко бонбона могат да се купят с 10,15 долара?

Задача 19. В израза 1112 + 11 преместили една цифра и след пресмятането на получения израз получили най-голямото възможно число. Кое е то?

Задача 20. Колко най-малко от числата 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 18, 19 и 20 трябва да бъдат избрани на случаен принцип, така че сред тях да има 2 числа със сбор 30?

ЗИМА 2017

Задача 1. След пресмятането на кой от посочените изрази се получава най-малко число?

A) -3×3^{-3} **B)** $(-3)^{-3}$ **C)** -3^{-3} **D)** $(-3)^3 + 27$

Задача 2. Стойността на израза $36 \times x^3 + 6 \times x^2$ за $x = -\frac{1}{6}$ е:

A) 0 **B)** 6 **C)** -6 **D)** $(-6)^{-1}$

Задача 3. Кое е естественото число N, за което най-големият общ делител на числата $2^2 \times 3^2 \times 5^N$ и $2^3 \times 3 \times 5^2$ е 60?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 4. С колко процента се увеличава лицето на правоъгълник, ако дължината му увеличим с 1 %, а широчината му с увеличим с 2 %?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** друг отговор

Задача 5. Колко са триъгълниците, на които и трите върха са сред дадените 6 точки?

A●

X● B● Y●

Z● C●

(*Точките A, B и C лежат на една права; точките X, B и Y също лежат на една права.*)

A) 20 **B)** 18 **C)** 16 **D)** 12

Задача 6. Ако $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$ са двуцифрени числа, тогава разликата $(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2$ **не може** да бъде равна на

A) 27×11^2 **B)** 9 097 **C)** 1 485 **D)** 792

Задача 7. Страните на правоъгълник се изразяват с цели числа сантиметри. Едната му страна е с 3 *см* по-дълга от другата. Кое от числата може да е обиколката на правоъгълника в сантиметри?

A) 16 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 34

Задача 8. Летяло ято от *X* патици. На първото езеро кацнали $\frac{X+1}{2}$ патици. В ятото останали да летят *Y* патици. На второто езеро кацнали $\frac{Y+1}{2}$ патици. В ятото останали *Z* патици. На третото езеро кацнали $\frac{Z+1}{2}$ патици. И така вече всички патици от ятото кацнали. Колко са били първоначално патиците в ятото?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 10

Задача 9. За кое най-малко двуцифрено число N уравнението

$$x - \underbrace{(x - (x - \cdots - (}_{N \text{ броя скоби}} x - 1) \ldots)) = x \text{ ще има решение?}$$

A) 10 **B)** 11 **C)** 12 **D)** 13

Задача 10. За кое от посочените числа е изпълнено, че $\overline{xyz} = x! + y! + z!$?

(Пояснение: $0! = 1;\ 1! = 1;\ 2! = 1 \times 2;\ 3! = 1 \times 2 \times 3;\ 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4, \dots.$)

A) 125 **B)** 135 **C)** 145 **D)** 255

Задача 11. За числата a и b е известно, че $a^2 + 5b^2 + 2ab + 4b + 1 = 0$.
Пресметнете $20 \times a + 17 \times b$.

Задача 12. Спрямо правоъгълна координатна система трите върха на триъгълник ABC имат координати: A (0; 4), B(2; 3), C(3; 0). Пресметнете лицето на триъгълник ABC.

Задача 13. Произведението на две прости числа е с 5 по-голямо от сбора им. Кои са тези числа?

Задача 14. Ако a и b са естествени числа и

$$\left(-\frac{3}{a}+\frac{4}{b}\right)-\left(-\frac{4}{a}+\frac{3}{b}\right)=1,$$

пресметнете

$$-\frac{4}{a}+\frac{3}{b}.$$

Задача 15. Даден е триъгълник и 7 различни точки във вътрешността му. Той е разрязан на триъгълници, всеки от върховете на които е или връх на дадения триъгълник, или е някоя от дадените 7 точки. Най-много колко триъгълника могат да се получат след такова разрязване?

Задача 16. Разполагаме с 11 предмета с различно тегло – от 1 грам, 2 грама, 3 грама, ..., 11 грама. Пет от тях са жълти, пет – сини и един – червен. Жълтите предмети са с 29 г по-тежки от сините. Колко тежи червеният предмет?

Задача 17. Написах няколко числа, за които е известно че произведението им не е 0 и че всяко от тях е 0,25 от сбора на останалите числа. Колко числа съм написал?

Задача 18. Делимото е $2^{20} + 4^9 + 8^7$, а делителят е $(-8)^5 \times 13$. Колко е частното?

Задача 19. Ако $(x+1)^4 + (x-1)^3 + (x+1)^2 + x - 1 = x^4 + a \times x^3 + b \times x^2 + c \times x$ е тъждество, пресметнете $a + b + c$.

Задача 20. Дадени са 5 числа: -1, -4, 7, 11 и 12. Колко от тях можем да премахнем, така че средноаритметичното на останалите числа да е колкото средноаритметичното на дадените?

.

ПРОЛЕТ 2017

Задача 1. Ако $a + b = -1$, пресметнете числената стойност на израза

$$(a-2) \times (b-2) - (a+2) \times (b+2).$$

A) 4 **B)** 2 **C)** – 4 **D)** – 2

Задача 2. Ако p, q и r са прости числа, такива че $31 + p = 22 + q = 14 + r$, пресметнете $p + 2 \times q + 3 \times r$.

A) 32 **B)** 81 **C)** 100 **D)** не може да се определи

Задача 3. В един букет *B* има с 4 рози повече, отколкото в букет *A*. Ако към букет *A* се прибавят още 15 рози, тогава в букет *A* ще има два пъти повече рози, отколкото в букет *B*. Колко са розите в букет *B* ?

A) 7 **B)** 11 **C)** 22 **D)** 28

Задача 4. Коя е най-голямата стойност на израза $10 - x^2 + 2x$?

A) 25 **B)** 12 **C)** 11 **D)** друг отговор

Задача 5. Колко най-много са пресечните точки на 10 прави в равнината?

A) 35 **B)** 45 **C)** 70 **D)** 90

Задача 6. Ако един от ъглите на триъгълник е равен на средноаритметичното на другите му два ъгъла, колко градуса е най-малкият ъгъл на триъгълника, ако най-големият е 90 градуса?

A) 50 **B)** 40 **C)** 30 **D)** 20

Задача 7. Дължините на страните на правоъгълник и квадрат, измерени в сантиметри, са цели числа. С тези две фигури е образуван правоъгълник с обиколка 26 cm. Колко са възможните стойности на лицето на квадрата в cm^2?

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3

Задача 8. Колко са трицифрените числа $\overline{xyz}$, съставени от цифрите *x, y* и *z,* така че

$$x^2 + 4y^2 + z^2 = 4xy + 10z - 25 \text{ ?}$$

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3

Задача 9. Две различни десетични дроби са означени с *A* и *B*. Ако десетичната запетая в *A* се премести с 3 десетични знака наляво, получаваме числото *C*.

Ако десетичната запетая в *B* се премести с 2 десетични знака надясно получаваме числото *D*. Ако *C* е 5 пъти по-малко от числото *D*, да се пресметне *A:B*.

A) 200 **B)** 2000 **C)** 20 000 **D)** друг отговор

Задача 10. Колко са корените на уравнението

$$x^2 \times |x - 2| - |18 - 9x| = 0?$$

A) 4 **B)** 3 **C)** 2 **D)** 1

Задача 11. Числата a, b, c, d, e и f са различни цели положителни числа, а числото *x* е такова, че $x = a + b + c = d + e + f$.

Пресметнете $a + b + c + d + e + f$ за най-малката възможна стойност на *x*.

Задача 12. След като изминала 25 % от целия път и още 14 *метра,* на мравката й останало да измине разстояние, което е с 2 *метра* по-малко от 15 % от целия път. Колко *метра* е целият път на мравката?

Задача 13. Пресметнете *x*, ако

$$80 \times (81^6 + 81^5 + 81^4 + 81^3 + 81^2 + 82) + 1 = 3^x.$$

Задача 14. Колко е остатъкът при делението на $2017^{2017} + 1$ на 10?

Задача 15. Намерете стойността на A, ако

$$(-a + b + c) \times (a - b + c) \times (a + b - c) \times (a + b + c) =$$
$$= -a^4 - b^4 - c^4 + A \times (a^2 \times b^2 + b^2 \times c^2 + c^2 \times a^2)$$

е тъждество за $a \times b \times c \neq 0$.

Задача 16. Дължините на страните на два квадрата, измерени в сантиметри, са цели числа.. Техните лица, изразени в квадратни сантиметри, са съответно k – 3 и k + 9. Пресметнете k **.**

Задача 17. Даден е правоъгълен Δ *ABC*. Дължините на хипотенузата *AB* и на височината към нея са съответно 8 cm и 3 cm и точката *M* е средата на *AB*. Колко сантиметра е дължината на височината в Δ *AMC* от върха *A*?

Задача 18. Колоездач изминал 3 *km* със средна скорост 4 *km/h* и 4 *km* със средна скорост 8 *km/h*. С каква средна скорост се е движил колоездача?

Задача 19. Намерете стойността на израза $2\,017^3 - 2018^3 + 3 \times 2017 \times 2018$.

Задача 20. На дъската са записани естествените числа от 1 до 10 включително. Учениците в класа играят на следната игра: един ученик излиза на дъската, изтрива две от числата и на тяхно място записва сбора им, намален с 1. След това излиза втори ученик и прави същото с числата на дъската. После излиза трети ученик и т.н. Играта продължава, докато на дъската остане едно число. Кое е числото, което е останало на дъската?

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 7. КЛАС- ФИНАЛ 22 ЮНИ 2014 Г.

*Отговорите на всяка задача са скрити под символите @, #, &, § и * и се използват при решаването на следващата задача. Всеки отбор попълва общ талон.*

Задача 1. Ако 15 % от естественото число N е също естествено число, тогава най-голямото възможно двуцифрено число N е **@.** Да се намери **@**.

Задача 2. В правоъгълен триъгълник ъглополовящата на един от острите ъгли сключва със срещуположния катет ъгъл **@** градуса. По -малкият остър ъгъл на триъгълника е равен на **#** градуса. Да се намери **#.**

Задача 3. Сборът от коефициентите в нормалния вид на многочлена $(x + 1) \times (x + 4) \times (x + \#)$ е **#.** Сборът от коефициентите на този многочлен, без свободния член, е **&.** Да се намери **&.**

Задача 4. Ъгълът между бедрата AC и BC на равнобедрен триъгълник е (**& + 20**) градуса. Ако бедрото AC на триъгълника е 10 см, тогава лицето на триъгълника е **§** кв. см. Да се намери **§.**

Задача 5. Колко най-малко точки трябва да поставим в триъгълник, така че след разрязването му на триъгълници с върхове тези точки и върховете на дадения триъгълник, да се получат **§** триъгълника? Отговорът е *****. Да се намери *** .**

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 7. КЛАС- ФИНАЛ 1 ЮЛИ 2015 Г.

Задача 1. Диагоналите на правилен многоъгълник с ъгъл 150 градуса са **@**. Да се определи **@**.

Задача 2. Точките M и N са съответно от страните AC и BC на триъгълник ABC и делят тези страни съответно в отношения $1 \div 2$ и $2 \div 1$ считано от върха C. Лицето на триъгълник CMN е **@** *кв. см.* Лицето на триъгълник ABC е # *кв. см*. Да се намери #.

Задача 3. Броят на всички двуцифрени числа, които имат толкова естествени числа за делители, колкото и числото #, е **&**. Да се определи **&**.

Задача 4. От всички триъгълници със страни цели числа сантиметри и обиколка & см, най-голямата страна има дължина **§** см. Определете **§**.

Задача 5. Ако x е число, което е по-малко от **§**, да се пресметне най-малката цяла стойност * на израза $|2x - 15| + |x - 7| - x$.

МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА ЗА 7. КЛАС- ФИНАЛ 2 ЮЛИ 2016 Г.

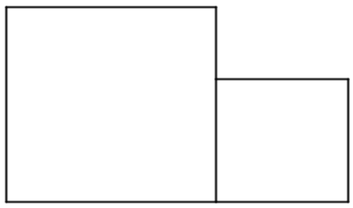
Задача 1. Нека $\frac{a}{b}$ е несъкратима дроб с числител и знаменател естествени числа, такава, че $\frac{a}{b} < 1$ и $a + b = 105$. Броят на всички такива дроби е **@**. Определете **@**.

Задача 2. На екрана на един компютър е записано числото **@** . След всеки изминал час числото се заменя със сбора на числото и произведението на цифрите му. Кое число ще е записано на екрана след 2016 часа? Отговорът означаваме с #. Да се намери #.

(*Ако числото е 11, след първия час на екрана ще се появи числото равно на*

$11 + 1 \times 1 = 12$*, след втория час на екрана ще се появи числото* $12 + 1 \times 2 = 14$,....)

Задача 3. Двата квадрата, показани на чертежа, имат страни, които се измерват в цели числа сантиметри. Сборът от лицата на квадратите е (# + 68) cm^2. Най-голямата възможна обиколка на фигурата е **&** см. Определете **&**.



Задача 4. Произведението на **&** последователни двуцифрени числа се дели на 5^{15}. Най-малкото число в това произведение е **§**. Да се намери **§**.

Задача 5. Периметърът на триъгълник е **§** см. Броят на триъгълниците със страни цели числа в сантиметри, които имат този периметър, е ***** Пресметнете *****.

7 клас ОТГОВОРИ

Задача	Есен 2013	Зима 2014	Пролет 2014	Финал 2014	Есен 2014	Зима 2015	Пролет 2015	Финал 2015
1	A	D	B	B	A	A	C	D
2	B	D	A	A	A	C	D	C
3	C	B	C	B	C	C	D	D
4	D	A	A	A	C	C	C	C
5	D	C	B	D	D	B	B	B
6	A	B	B	D	B	C	D	B
7	D	B	C	B	A	C	C	D
8	D	C	C	A	C	C	A	D
9	A	Аили D	D	B	C	A	B	D
10	D	D	C	B	D	B	C	D
11	C	D	C	0 или 2	87	120	400	324
12	C	A	A	34344	3	7	75.6	5
13	A	B	C	4	7	7 или 1:7	0	2
14	D	C	A	a - b	33 и 43	31	306	6
15	B	C	B	48	68	0	3 и 5	15
16	5	3	9	168	40	36 or 40	x =4, y=1	2015
17	37.5	2	30	200	8	9	2	4
18	4	123	2	9	3	16 2/3	8	90 и 126
19	1	4 или 5	13	120	43	2,520	130	0.99
20	1	1	20	48	7	0; 2; 6	1	$x^2 + xy + y^2$

7 клас ОТГОВОРИ

Задача	Есен 2015	Зима 2016	Пролет 2016	Финал 2016	Есен 2016	Зима 2017	Пролет 2017	Финал 2017
1	C	B	D	A	C	A	A	
2	A	A	D	C	D	A	B	
3	D	D	D	D	B	B	B	
4	B	B	D	C	A	D	C	
5	D	D	D	D	A	B	B	
6	B	C	C	B	C	B	C	
7	C	A	B	D	D	D	A	
8	A	D	D	A	B	A	C	
9	D	C	C	A	C	B	C	
10	C	C	A	C	B	C	B	
11	−13	16	5/9	6 или -6	792	1,5	22	
12	1	1	2	625	22	2,5	20	
13	26	4	−1	89, 90	0 или 6	2 и 7	28	
14	7	10	4	28	110	-0,5	8	
15	1729	600	6	15 or 30	36 и 30	15	2	
16	11:14	13 h 20 min	30	2	5	7 или 5	7	
17	198	−2	-5050	1.05	9	5	3	
18	3000	1	1 или 3	−269	29	-8	5,6	
19	17	20	50	14	12332	19	-1	
20	16	1	2	15.75	16	2 или 3	46	

ОТБОРНО СЪСТЕЗАНИЕ – МАТЕМАТИЧЕСКА ЩАФЕТА

Година Задача	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**	**2021**
1	80	54	24					
2	20	243	170					
3	130	15	58					
4	25	7	18					
5	12	- 5	6					