



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

6 КЛАС

ЗИМА 2021

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.
2. Тестът съдържа 20 задачи със свободен отговор.
3. В листа за отговори трябва да запишете отговора.
4. Всеки правилен отговор на задачите се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.
5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.
6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.
7. В условията на задачите се използват:
 - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
 - числата, които се представят във вида t/n ($n \neq 0$), където t е цяло число, а n е естествено число;
 - десетичните дроби.
8. За задачите с числов отговор трябва да се използват:
 - числа, които се представят като разлика на две естествени числа;
 - числата, които се представят във вида t/n ($n \neq 0$), където t е цяло число, а n е естествено число;
 - десетичните дроби.
9. Забранено е изнасянето на тестовете и черновите на състезателите.
10. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Задача 1. Пресметнете:

$$(1 - 11) \cdot (2 - 10) \cdot (3 - 9) \cdot \dots \cdot (10 - 2) \cdot (11 - 1).$$

Задача 2. В математиката с $[x]$ се означава най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x . Пресметнете

$$[-3,1] + [-2,1] + [-1,1] + [1,1].$$

Задача 3. Пресметнете x , ако

$$\frac{20}{21} = \frac{1}{1 - \frac{x}{20}}.$$

Задача 4. Пресметнете:





$$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{3} - 4\frac{1}{4} + 6\frac{3}{6} - 15\frac{5}{15} + 28\frac{7}{28}.$$

Задача 5. С колко сборът на целите отрицателни числа, по-големи от (-10) , е по-малък от сбора на всички естествени числа по-малки от 10 ?

Задача 6. Произведението на две цели отрицателни числа A и B е 32 , а сборът им е нечетно число. Кое е по-малкото сред числата A и B ?

Задача 7. Определете всички естествени числа N , ако сборът на цифрите на числото, равно на $10^N - 2021$, е 4 .

Задача 8. Кои цифри не могат да бъдат цифра на единиците на триъгълно число?

			
1	$3 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}$	$6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}$	$10 = 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \times 5}{2}$

Упътване: Триъгълните числа са

$$1; 3 = 1 + 2 = \frac{2 \times 3}{2}; 6 = 1 + 2 + 3 = \frac{3 \times 4}{2}; \dots; 1 + 2 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}.$$

Задача 9. Пресметнете:

$$|1 - 2| + |2 - 3| + |3 - 4| + |4 - 5|.$$

Задача 10. Колко е остатъкът при делението?

$$(2017^2 \cdot 2024^2 + 2021) : 7$$

Задача 11. Кое е най-малкото естествено число n , за което

$$n \times 0, (15) - \frac{1}{3}$$

е цяло число?

Задача 12. Леден блок се стопява равномерно като на всеки час губи третинка от топлинната си енергия. След 3 часа той тежал вече 8 кг. Колко е тежал първоначално?

Задача 13. Ако $O(0; 0)$, $A(0; -y^2 - 1)$, $B(x^2 + 2; 0)$ и $OA + OB = 4$, пресметнете $x^2 + y^2$.

Задача 14. Точката A е среда на отсечката XY , точката B е среда на отсечката XA , а точката C е среда на отсечката YB . Колко процента от дължината на отсечката XY е дължината на отсечката BC ?

Задача 15. С колко квадратни сантиметра лицето на правоъгълен триъгълник с катети 1,2 cm и 0,5 cm е по-малко от лицето на квадрат със страна равна на хипотенузата на правоъгълния триъгълник?

Задача 16. Кое число има точно 15 различни естествени числа за делители, два от които са 8 и 9?

Задача 17. Намерете последната цифра след десетичната запетая в записа на числото

$$\frac{2021}{2^{2021}}$$

като десетична дроб.

Задача 18. Колко са трицифрените числа \overline{abc} , ако са изпълнени и 4-те условия?

- $7 \leq a \leq 9$;
- $4 \leq b \leq 6$;
- $0 \leq c \leq 3$;
- 12 дели \overline{abc}

Задача 19. Числата от 10 до 999 са записани по едно на 990 картички. Колко най-малко картички трябва да изберем, така че сред тях да има поне една, на която числото е записано само с четни цифри?

Задача 20. Пресметнете остатъкът от делението на $51!! - 1$ на 2021.

Пояснение: Двоен факториел на n се означава така: $n!!$. Той е произведение на всички цели числа от 1 до n , които имат същата четност като n . Например: $5!! = 1.3.5$; $8!! = 2.4.6.8$