MATHEMATICS WITHOUT BORDERS

ПОЛУФИНАЛ 2019

20 АПРИЛ 2019 Г. – ГР. СТАРА ЗАГОРА

1 КЛАС

Задача 1. Колко от числата 0, 1, 2 и 3 можем да поставим вместо ☹, така че да е вярно

5 + 2 > ☹ + 6 ?

Задача 2. Алекс и Феликс са близнаци и са с 2 години по-големи от сестра си Ейми. Ейми е на 6 години. Колко е сборът от годините на тримата?

Задача 3. Пресметнете ☹ + 😐 – ☺, ако

12 – 3 = ☹

☹ – 3 = 😐

☹ + 😐 = ☺.

Задача 4. Кой ден е бил вчера, ако утре е четвъртък?

Задача 5. Имам 23 рози – бели, жълти и червени. Белите и жълтите са общо 11, а жълтите и червените са общо 14. Колко са жълтите рози?

Задача 6. Три еднакви молива струват с 20 евроцента повече от един такъв молив. Колко евроцента струват 3 молива?

Задача 7. Коя е цифрата, която трябва да поставим вместо всяко от □, за да е вярно:

$\square 8 - 1 - 5 = \square\square$?

Задача 8. Разполагате с 3 монети от 1 евроцент и с 2 монети от 5 евроцента. Колко различни суми могат да бъдат изплатени с 3 от тези монети?

Задача 9. На ден моето зайче изяжда или само 2 зелки или само 3 моркова. За една седмица то изяде 9 моркова. Колко зелки е изяло през тази седмица?

Задача 10. Кое число трябва да поставим вместо □, за да е вярно:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 8 - 1 + 8 - 1 + \square \ ?$$

Задача 11. Не ми стигат 9 бонбона, за да имам 15 бонбона. Колко бонбона не ми достигат, за да имам 9 бонбона?

Задача 12. Числата 4, 5, 6 и 9 трябва да поставим в квадратчетата**.** Колко е разликата?

Задача 13. Поставете числата 3, 4 и 5 в квадратчетата, така че е вярно

$$1 < \square > \square < \square.$$

Колко е сборът на числата, които са в оцветените квадратчета □ ?

Задача 14. По колко начина можем да подарим 4 еднакви бонбона на три деца, така че всяко да получи поне един бонбон?

Задача 15. И Иван, и Петър имат по 5 плода – сред тях и ябълки, и круши. Иван има с 2 ябълки повече от Петър. Колко е възможният общ брой на крушите, които имат двамата? Запишете всички възможни отговори!

Задача 16. Колко най-много са поредните дни, сред които има само един вторник?

Задача 17. Сборът на две различни едноцифрени числа е 17. От по-голямото извадете по-малкото. Колко е получената разлика?

Задача 18. Коя цифра трябва да се зачеркне в 19 + 25 = 34, за да се получи вярно равенство?

Задача 19. Колко числа са пропуснати?

$$0, 2, 4, 6, \underbrace{\ldots,}_{?}\ 12, 14$$

Задача 20. Тези 8 балони разпределете на 4 деца. Всяко дете получава поне 1 балон. Колко най-много балони може да има детето с най-голям брой брой балони?

2 КЛАС

Задача 1. Кое число трябва да поставим вместо ○, така че да е изпълнено

$$44 \xrightarrow{-22} \square \xrightarrow{-20} ☺ \xrightarrow{:\bigcirc} 1?$$

Задача 2. Колко са четните числа от 197 до 211?

Задача 3. Кое число сред числата 9, 12, 56, 88 и 91 трябва да зачеркнем, така че сборът на останалите четири числа да е 200?

Задача 4. В турнир по футбол участват 4 отбора. Всеки отбор играе с всеки от останалите по един път. Колко срещи ще бъдат изиграни?

Задача 5. На кое число съответства □?

$$\square \times 7 + 14 - 7 = 6 \times 7$$

Задача 6. Колко е сборът от четните числа от 1 до 14, всяко от които можем да представим като сбор на три равни събираеми?

Задача 7. В кръгчетата по-долу запишете цифрите 1, 2, 3 и 4, така че цифрите 1 и 2 да са една до друга, а цифрата 3 да не е нито до 1, нито до 2.

○○○○

След това поставете знак за умножение между първата и втората цифра, и знак за събиране между втората и третата цифра, и пресметнете:

○×○ + ○○.

Коя е най-голямата възможна стойност на получения израз?

Задача 8. Единадесет лалета са засадени последователно по права линия през 7 сантиметра. Колко сантиметра е разстоянието между третото и единадесетото засадено лале?

Задача 9. С 41 цифри записах на дъската нечетните числа, като започнах от 3:

3591113…212325…*x*,

където *x* е двуцифрено число. Кое е числото *x*?

Задача 10. Аз живея в блок на 21 етажа. Под нашия етаж има четири пъти повече етажи, отколкото над нашия етаж. На кой етаж живея аз?

Задача 11. Кое е това число, от което, ако извадим произведението на 2 и 3, ще получим произведението на числата 3 и 4?

Задача 12. Кое е числото, което трябва да поставим вместо ☺, за да е вярно

$$\underbrace{3+3+\cdots+3}_{\text{5 събираеми 3}} = 3 + \underbrace{2+2+\cdots+2}_{\text{☺ събираеми 2}}.$$

Задача 13. Колко **най-малко** цифри трябва да зачеркнем в

$1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 11 \times 12$,

така че да получим най-малкото възможно произведение?

Задача 14. Разглеждаме израза $4\,.\,5\ -2\,.\,3$. Заменете точно едно от участващите в него числа с друго число, така че първоначалната стойност на израза да се увеличи с 2. Кое е числото, което заменяме?

Задача 15. На спортната площадка играят 12 момичета и 4 пъти по-малко момчета. Колко общо са децата, които играят на спортната площадка?

Задача 16. По колко начина можем да представим числото 6 като сбор на равни събираеми?

Задача 17. Общият брой на крачетата на моите зайчета е с 6 по-голям от общия брой на ушите им. Колко са моите зайчета?

2 уши и 4 крачета

Задача 18. Произведението на всеки три числа поставени в три поредни правоъгълника е едно и също. Ако сборът на петте числа е 5, колко е произведението им?

2		1		

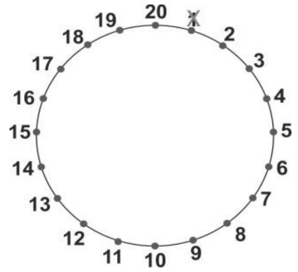
Пояснение: *Правоъгълниците, в които са поставени числата 1, 3 и 5 са поредни. Поредни са също и 3, 5 и 7; поредни са и 5, 7 и 9.*

1	***3***	***5***	***7***	***9***

Задача 19. След като Ели даде 4 ябълки на Анди те вече ще имат равен брой ябълки. Колко ябълки повече от Анди е имала Ейми?

граници“:

Задача 20. Числата от 1 до 20 са записани в кръг, както е показано на чертежа. Първо изтрих числото 1 и след това изтривах числата по посока на часовниковата стрелка през едно число – 3, 5, 7 и така нататък. Кое е последното число, което ще остане без да може да бъде изтрито?



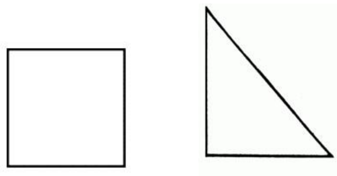
3 КЛАС

Задача 1. Определете числото x, ако $8.x$ е число между 36 и 47.

Задача 2. Алекс, Борил и Клеър умножили две последователни едноцифрени числа. Алекс получил число, което има за цифра на единиците 1, Борил получил число, което има за цифра на единиците 2, а Клеър – число с цифра на единиците 3. Само един от тях получил верен отговор. Кой?

Задача 3. Колко са числата от 9 до 35, които се делят или на 4, или на 8?

Задача 4. Квадрат и триъгълник със страни 6 *см*, 8 *см* и 10 *см* имат една и съща обиколка. Колко отсечки са с една и съща дължина?



Задача 5. Кое е липсващото число в квадратчето?

$$\square : 2.2 - 2 + 2 = 0$$

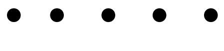
Задача 6. Колко минути трябва да извадим от 2 часа, за да получим 120 секунди?

Задача 7. Колко са трицифрените числа, при които сборът от цифрите на единиците и на десетиците е равен на 17?

Задача 8. Колко най-много триъгълника може да се образуват при пресичането на 4 прави?

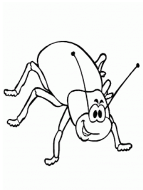
Задача 9. Аз решавам по 6 задачи всеки ден, а брат ми с три задачи по-малко от мен всеки ден. Колко задачи ще решим за 8 дни?

Задача 10. Върху права линия са дадени *пет* различни точки. Колко са отсечките с краища тези точки?



Задача 11. Няколко бръмбара и няколко паяка имат общо 74 крака. Паяците са повече. Колко са общо бръмбарите и паяците?

Всеки паяк има 8 крака ***Всеки бръмбър има 6 крака***



Задача 12. Колко сантиметра е обиколката на правоъгълник, ако сборът на двете негови по-големи страни и едната по-малка е 15 *см*, а сборът на двете негови по-малки страни и едната по-голяма е 12 *см*?

Задача 13. Валя разделила няколко еднакви ябълки поравно между себе си и 13 свои приятелки. Всяка получила по половин ябълка. Колко са ябълките?

Задача 14. Разсеян майстор искал да закове пирон на 2 см от края на една летва дълга 18 *см,* но направил грешка и го заковал в летвата на 2 см от другия й край. На колко сантиметра от желаното място е бил закован пиронът?

Задача 15. Иван събрал всички едноцифрени числа, а Петър – разделил получения сбор на 9. Кое е частното?

Задача 16. Пресметнете израза

(1 . 2 . 3) : (1 . 3) + (2 . 5) : (1 . 5) + (2 . 8) : (4 . 4).

Задача 17. Намерете двуцифреното число $\overline{ab}$, ако $(a+b) \times 9 = \overline{ab}$.

Задача 18. Един отбор изиграл три мача- 1 загубил, 1 спечелил и 1 завършил наравно. Отбелязали във вратата на противника 3 гола, а допуснали в своята – само 1. Колко гола е вкарал отбора при победата си?

Задача 19. Аз живея в блок на 19 етажа. Над нашия етаж има два пъти повече етажи, отколкото под нашия етаж. На кой етаж живея аз?

Задача 20. Колко сантиметра е обиколката на правоъгълник, образуван от 35 еднакви квадратни плочки, всяка с обиколка 8 *см*, ако страните на правоъгълника са по-дълги от 2 *см*.

4 КЛАС

Задача 1. Да се пресметне стойността на израза

31.31-31.30 + 30.30 – 29.30 + 29.29 -29.28.

Задача 2. Пресметнете сборът на третинката на 108 и четвъртинката на 96.

Задача 3. Образуваме числова редица по следния начин: на първо и второ място записваме съответно числата 1 и 3. След това на трето място записваме последната цифра на произведението им. На четвърто място записваме последната цифра на произведението на последните две записани числа. Така, на всяко следващо място записваме последната цифра на произведението на последните две записани цифри в редицата. Кое е числото на 33-то място в тази числова редица?

Задача 4. По колко начина можем да представим 36 като произведение на 12 естествени числа? (не се отчита реда на множителите)

Задача 5. Пресметнете израза

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 53 + 55 - (2 + 4 + 6 + \cdots + 52 + 54).$$

Задача 6. От двата края на квадратна дъска са изрязани два правоъгълника, единият от които е с широчина 8 *мм*, а другият – с широчина 22 *мм*. Дължините и на двата правоъгълника са равни на страната на квадратната дъска. Колко сантиметра е страната на квадрата, ако лицата на изрязаните правоъгълници е общо 12 *кв. см*?

Задача 7. Ако A и B са числа от редицата 2, 9, 8, 12, 14, 15, 20, 18, A, B, 32, 24, пресметнете $A \times B$.

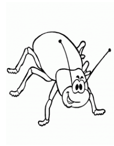
Задача 8. Отбор А играл 4 мача: 2 спечелил, 1 завършил наравно и 1 загубил. Вкарал два гола и получил два. Колко гола са вкарали общо двата отбора в мача загубен от отбор А?

Задача 9. Сборът на 2019 и $16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25$ разделили на 5×25. Колко е остатъкът?

Задача 10. Сборът на 100 числа е 101. Кои са възможните произведения?

Задача 11. Няколко бръмбара и няколко паяка имат общо 74 крака. Паяците са по-малко от бръмбарите и са повече от 1. Колко са общо бръмбарите и паяците?

Всеки паяк има 8 крака *Всеки бръмбър има 6 крака*



Задача 12. Кое е най-малкото петцифрено число със сбор на цифрите 25?

Задача 13. В един футболен турнир в група от шест отбора всеки отбор трябва да изиграе точно по два мача с всеки от останалите. След колко най-малко изиграни мача ще сме сигурни, че два от отборите са изиграли и двата мача помежду си?

Задача 14. Колко квадратни сантиметра е лицето на квадрат с обиколка 2 метра?

Задача 15. Един леден къс губи половината от теглото си на всеки 20 минути. След 1 час и 20 минути теглото му е 125 грама. Колко килограма е тежал в началото леденият къс?

Задача 16. Алек записал числата 101, 103, 105, ... , 145, 147, 149, а Питър записал числата 4, 6, 8, ... , 34, 36, 38. Колко цифри са написали общо двамата?

17. Кейт имала 48 еднакви зарчета. С половината от тях тя подредила редица от зарчета, като всяко зарче след първото поставяла на 5 *мм* от предишното. С останалите зарчета тя подредила втора редица, като всяко зарче след първото поставяла на 15 *мм* от предишното. С колко *сантиметра* втората редица е по-дълга от първата?

Задача 18. Колко цифри най-малко трябва да изтрием в израза

$$1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 98 \times 99,$$

така че да получим възможно най-малкото произведение?

Задача 19. Квадрат е разрязан с осем прави, успоредни на две от страните му, и още няколко прави успоредни на другите му две страни, на 162 правоъгълника, които не съдържат други правоъгълници. Колко най-малко са правите?

Задача 20. В една купа имало бонбони. Първо Иван взел половината. След това Петър взел половината от останалите. Накрая Стефан взел третинката от останалите бонбони. В купата останали 4 бонбона. Колко са били бонбоните в началото?

5 КЛАС

Задача 1. Да се пресметне $1 : \frac{7}{9} + 2 : \frac{7}{9} + 3 : \frac{7}{9} + 4 : \frac{7}{9} + 5 : \frac{7}{9} + 6 : \frac{7}{9}$.

Задача 2. Вместо да увелича едно число с 0,01 го намалих с 0,01 и получих 20,19. Кое е числото, което трябваше да получа?

Задача 3. Колко са цифрите, с които се изписват числата от 991 до 2019?

Задача 4. Колко са правилните несъкратими дроби със знаменател 54?

Задача 5. Колко са десетцифрените числа $\overline{A20192020B}$, които се делят на 18? (A и B са цифри)

Задача 6. Петър си купил две книги. Втората от тях е с 20 % по-евтина от първата. С колко процента първата книга е по-скъпа от втората?

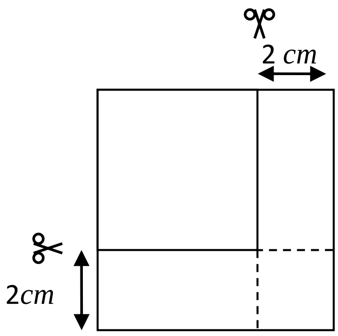
Задача 7. С цифрите 2, 0, 1 и 9, всяка използвана по 1 път, са записани всички десетични дроби по-големи от 0,219 и по-малки от 2,019. Колко са тези числа?

<u>Пояснение:</u> Сред записаните дроби е 1,920.

Задача 8. Първият ден на януари 1899 г. е бил в неделя. Кой ден от седмицата е бил 1 януари 1902 г.?

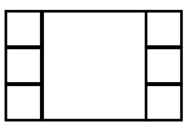
Задача 9. В математически клуб членували първоначално 16 момичета и 10 момчета. Всяка седмица броят на членовете на клуба се увеличавал с 1 момиче и 2 момчета. Колко члена е имал клубът, когато броят на момичетата и броят на момчетата се е изравнил?

Задача 10. От парче квадратна хартия, както е показано на фигурата, е отразяна част и останалата част е също квадрат с лице с 44 *кв. см* по-малко от първоначалния квадрат. Колко сантиметра е страната на първоначалния квадрат?



Задача 11. Куб с ръб 16 см е разрязан на еднакви малки кубчета, всяко с ръб 2 см. Колко общо са стените на тези малки кубчета?

Задача 12. Един правоъгълник е разделен на 7 квадрата.



Обиколката на всяко от шестте еднакви малки квадратчета е 2 см. Колко квадратни милиметра е лицето на правоъгълника?

Задача 13. Пресметнете стойността на израза

$$0{,}02 \times \left(1+\frac{1}{2}\right) \times \left(1+\frac{1}{3}\right) \times \left(1+\frac{1}{4}\right) \times \ldots \times \left(1+\frac{1}{98}\right) \times \left(1+\frac{1}{99}\right).$$

Задача 14. Редицата **2019**10112358... ... е получена по следния начин: отначало е написано числото 2019, до него – сборът на последните две написани цифри 1 и 9, т.е. 10, след това сборът на последните две написани цифри 1 и 0 , т.е. 1 и т.н. Коя цифра е написана на 100 –то място?

Задача 15. Кое е най-малкото петцифрено число X, което изпълнява условията:

- в записа на X няма повтарящи се цифри;
- цифрата на десетохилядите на X е 5;
- X се дели на 36?

Задача 16. В произведението

$$6 \times 7 \times 8 \times \ldots \times 24 \times 25 \times 26$$

трябва да зачеркнем две числа, за да се получи най-голямото възможно произведение, което се дели на 1000, но не се дели на 10 000. Колко е произведението на изтритите числа?

Задача 17. Известно е, че сборовете на всеки две от четири числа са $\frac{5}{6},\ \frac{5}{6},\ 1\ \frac{1}{6},\ 1\ \frac{1}{6},\ 1,$ 1. Колко е сборът на четирите числа?

Задача 18. Известно е, че $n!$ е $1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n-1) \times n$. Намерете последната цифра на

$$1! + 3! + 5! + 7! + \cdots + 97! + 99!.$$

Задача 19. Пълен съд с вода тежи 1,2 kg, а напълнен до половината – 750 g. Колко kg тежи този съд празен?

Задача 20. Махало на стенен часовник прави 309 залюлявания за 2 часа и 15 минути. Колко залюлявания ще направи махалото за 0,75 часа?

6 КЛАС

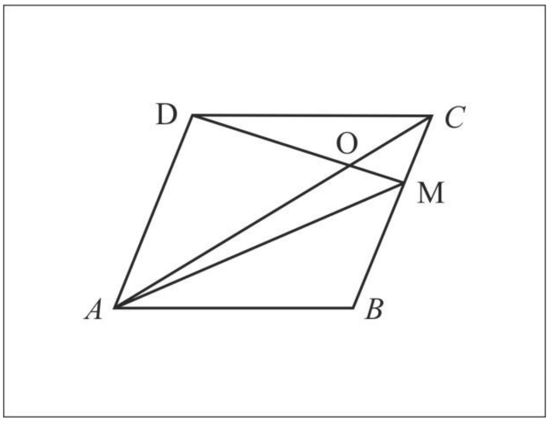
Задача 1. Колко са целите отрицателни числа, по-големи от (– 20), които се делят на 3?

Задача 2. Колко е x, ако $((0{,}2^2)^{-4})^{-x} = 625^{-2}$?

Задача 3. Колко е е сборът на отрицателните числа x, за които $|x| < 3$?

Задача 4. Числото 0,125 е представено като степен с основа 2. Колко е степенния показател?

Задача 5. На чертежа *ABCD* е успоредник, точка *M* е от страната *BC*, правата *DM* пресича диагонала *AC* в точка *O*, а лицата на триъгълник *ADO* и триъгълник *COM* са съответно 9 кв. см и 4 кв. см. Колко квадратни сантиметра е лицето на триъгълник *ACM*?



Задача 6. Произведението на две цели числа е 12. Колко са възможните сборове на тези числа?

Задача 7. Делимото е $3^{20} + 9^9 + 27^7$, а частното е 3^{18}. Колко е делителят, ако остатъкът е 0?

Задача 8. По колко начина при хвърлянето на три различни зара може да се падне само една шестица (само на един от заровете шестте точки да са отгоре)?

Задача 9. Намерете броя на цифрите след десетичната запетая в записа на числото $\frac{1}{512}$ като десетична дроб.

Задача 10. Сборът от координатите на точката A е равен на произведението им, както и на частното на абсцисата (делимо) и ординатата (делител). Точката не лежи на никоя от координатните оси. От кой квадрант е точката A?

Задача 11. Пресметнете

$$\frac{3}{2\times 5}+\frac{4}{5\times 9}+\frac{5}{9\times 14}+\frac{6}{14\times 20}+\frac{1}{20}.$$

Задача 12. Три точки A, B и C лежат на една права.

●A ●B ●C

Дължините на всички получени отсечки са x cm, $2x-1$ cm и $3x-5$ cm. Пресметнете AC.

Задача 13. Редицата **2019**10112358... ... е получена по следния начин: отначало е написано числото 2019, до него – сборът на последните две написани цифри 1 и 9, т.е. 10, след това сборът на последните две написани цифри 1 и 0 , т.е. 1 и т.н. Коя цифра е написана на 101 –то място?

Задача 14. Пресметнете:

$$\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{40}\right)\times\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{38}\right)\times\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{36}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1}{38}-\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{40}-\frac{1}{4}\right).$$

Задача 15. Кое число трябва да се промени, за да се получи магически квадрат?

-5	2	-3
0	-2	-7
-1	-6	1

Задача 16. Разглеждаме правоъгълник с дължина и ширина съответно 6 *см* и 8 *см* Средите на страните му са свързани и е получен четириъгълник. Колко квадратни сантиметри е лицето на получения четириъгълник?

Задача 17. Кое е най-голямото цяло число, което е по-малко от $\frac{3}{2\pi-7}$?

Задача 18. Водата в 20 килограма прясно набрани гъби е 84%. След изсушаване водата е вече 68 %. Колко килограма тежат изсушените гъби?

Задача 19. Пресметнете

$$(-1)^2+(-1)^3+(-1)^4+\ldots+(-1)^{98}+(-1)^{99}+(-1)^{100}+\ 2019.$$

Задача 20. Намерете най-големия възможен сбор $a\ +\ b$, ако поне един от изразите

$$\frac{\overline{2019a}}{11} \text{ или } \frac{\overline{2019b}}{4}$$

е цяло число. (На различните букви могат да съответстват и еднакви цифри!)

7 КЛАС

Задача 1. Да се пресметне стойността на израза $16y - 100y^3$ за $y = 0{,}4$.

Задача 2. Намерете сбора на естествените числа x и y, ако те удовлетворяват уравнението

$$xy = 5 + y.$$

Задача 3. По колко начина при хвърлянето на три различни зара могат да се паднат само една шестица и една петица (отгоре само на един от заровете да има шест точки и само на един – пет)?

Задача 4. Три точки A, B и C лежат на една права.

●A ●B ●C

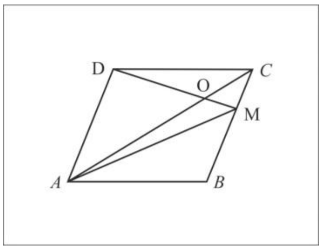
Дължините на всички получени отсечки са $2x$ cm, $5x$ - 1 cm и $3x$ cm. Пресметнете AC.

Задача 5. Колко са целите числа n, за които числото

$$\frac{7n+3}{n+2}$$

е естествено?

Задача 6. На чертежа $ABCD$ е успоредник, точка M е от страната BC, правата DM пресича диагонала AC в точка O, а лицата на триъгълник ADO и триъгълник COM са съответно 28 кв. см и 7 кв. см. Колко квадратни сантиметра е лицето на успоредника $ABCD$?



Задача 7. Кое е най –малкото цяло число, което НЕ Е решение на неравенството

$1 - 3x > 0$?

Задача 8. Намерете най-малката стойност на израза $n^2 + 4n + 5$?

Задача 9. Коя е цифрата на единиците на числото, равно на

$$1^2 + 2^3 + 3^4 + 4^5 - (5^6 + 6^7 + 10^{10})?$$

Задача 10. В триъгълник един от ъглите е средноаритчетичен на дугите два. Колко градуса е този ъгъл?

Задача 11. Естествените числа са групирани по следния начин:

$$\{1\},\{2,3\},\{4,5,6\},\{7,8,9,10\},\ldots$$

Колко е сборът на числата в десетата група?

Задача 12. Фигурата на чертежа е съставена от три квадрата и три еднакви бели ромба.

Обиколката на фигурата е 72 см. Намерете лицето на дадената фигура.

Задача 13. Кое е най-голямото цяло число, което е по-малко от $\frac{3}{2\pi-7}$?

Задача 14. Водата в 20 килограма прясно набрани гъби е 84%. След изсушаване водата е вече 68 %. Колко килограма тежат изсушените гъби?

Задача 15. За кое цяло число A двуцифреното число равно на $2A^3+3\times A^2$ има нечетен брой естествени числа за делители?

Задача 16. Лека кола се движи със скорост 60 *km/h*. С каква скорост (*km/h*) трябва да се движи друга лека кола, за да изминава всеки километър с 15 секунди по-бързо?

Задача 17. Намерете най-големия възможен сбор $a + b$, ако поне един от изразите

$$\frac{\overline{2019a}}{11} \text{ или } \frac{\overline{2019b}}{4}$$

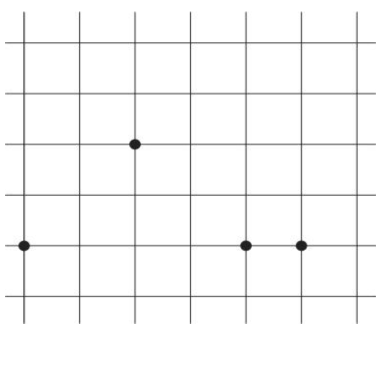
е цяло число. (На различните букви могат да съответстват и еднакви цифри!)

Задача 18. Разликата от координатите на точката A е равна на произведението им, както и на частното на абсцисата (делимо) и ординатата (делител). Точката не лежи на никоя от координатните оси. От кой квадрант е точката A?

Задача 19. Пресметнете:

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{50}\right)\times\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{48}\right)\times\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{46}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1}{48}-\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{50}-\frac{1}{2}\right).$$

Задача 20. На чертежа са дадени 4 точки. Колко са триъгълниците с върхове три от тези точки, които НЕ са остроъгълни?



8 КЛАС

Задача 1. Колко са естествените числа *n*, за които $20 - \sqrt{19} < n < 20 + \sqrt{19}$?

Задача 2. Ако $(2x+1)^4 = \alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \varepsilon$ е тъждество, пресметнете

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon.$$

Задача 3. Кое е естественото число N, за което броят на естествените числа, които са делители на 20×27^N е 42?

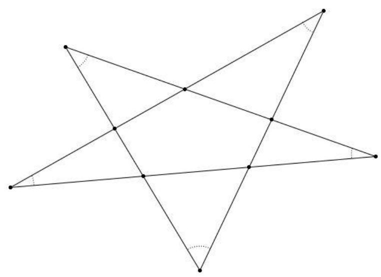
Задача 4. В кой квадрант е пресечната точка на правите $y = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x + \sqrt{2}$?

Задача 5. Колко са целите числа *n*, за които числото

$$\frac{7n^2 + 12n - 15}{n+2}$$

е естествено?

Задача 6. Пресметнете ъгълът при един от върховете на петоъгълна звезда ако той е равен на средноаритметичното на останалите четири ъгъла?



Задача 7. По колко начина можем да поставим 6 еднакви ябълки в три различни фруктиери? Допуска се, че има и празни фруктиери.

Задача 8. Лека кола се движи със скорост 60 *km/h*. С каква скорост (*km/h*) трябва да се движи друга лека кола, за да изминава всеки километър с 15 секунди по-бързо?

Задача 9. В равнобедрен правоъгълен $\Delta\ ABC$ страната *AB* е хипотенуза. Точката *M* е от катета *AC* и ъгъл *ABM* = 30^0. Сборът от разстоянията от точката *C* до правата *BM* и от точката *M* до хипотенузата *AB* е 6 *cm*. Колко сантиметра е дължината на отсечката *BM*?

(*В правоъгълния триъгълник с остър ъгъл 75 градуса височината към хипотенузата е четири пъти по-малка от хипотенузата. В правоъгълния триъгълник с остър ъгъл 30 градуса катетът срещу този ъгъл е два пъти по-малък от хипотенузата***)**

Задача 10. Колко най-малко числа от числата 10, 11, ..., 38, 39 и 40 трябва да бъдат избрани на случаен принцип, така че сред тях да има 2 числа със сбор 30?

Задача 11. Намерете най-малкото естествено число, което при умножение с 2 става точен квадрат, а при умножение с 3 е точен куб.

Задача 12. Фигурата на чертежа е съставена от три квадрата и три еднакви бели ромба.

Обиколката на фигурата е 72 cm. Намерете лицето на дадената фигура.

Задача 13. Кое е рационалното число a, за което стойността на израза е също рационално число?

$$(2-a)\times\sqrt{2}+(a^2+a-6)\sqrt{3}$$

Задача 14. Пресметнете $4x+y$, ако $4x^2+10y^2-4xy-12y+4=0$

Задача 15. Окръжността е разделена на 10 равни дъги с 10 точки. Колко са правоъгълните триъгълници с върхове 3 от дадените 10 точки?

Задача 16. Пресметнете $\sqrt{11115556}$.

Задача 17. За кое цяло число n и $\sqrt{n+7}$, и $\sqrt{n-6}$ са цели числа?

Задача 18. Пресметнете

$$\sqrt{1+8\times\sqrt{1+9\times\sqrt{1+10\times\sqrt{1+11\times 13}}}}.$$

.

Задача 19. Външно за успоредника $ABCD$ с $\angle ABC=150^0$ и лице $16\ cm^2$ са построени равностранните ΔADM и ΔDCN. Колко квадратни сантиметра е лицето на ΔMDN ?

Задача 20. Две от страните на триъгълник имат дължини съответно $\sqrt{2}\ \ cm$ и $\sqrt{3}\ cm$. От височините, спуснати към тях, едната е с 1 cm по-дълга от другата. Да се намери лицето на триъгълника в квадратни сантиметри.

9-12- КЛАС

Задача 1. Ако 1 и (- 4) са корени на едно биквадратно уравнение, тогава сборът на двата най-малки корена на това уравнение е:

A) -1 **B)** - 3 **C)** -5 **D)** не може да се определи

Задача 2. За колко цели числа x е изпълнено неравенството

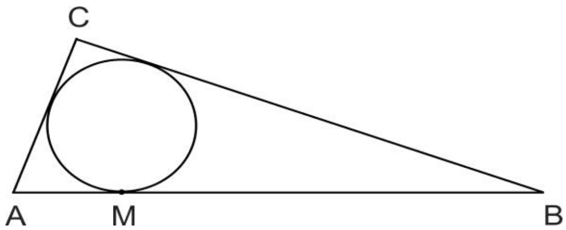
$$\frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{\sqrt{x+2}} \leq 0?$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** повече от 3

Задача 3. Бедрото AD на трапеца $ABCD$ $(AB > CD,\ AB \parallel CD)$ има дължина 4 cm, а разстоянието от средата на AB до AD е равно на 2 cm. Ако AB:DC=2:1, колко cm^2 е лицето на трапеца?

A) 6 **B)** 12 **C)** 18 **D)** 24

Задача 4. Вписаната в правоъгълния триъгълник ABC окръжност се допира до хипотенузата AB в точката M. Ако $AM = 5\ cm$ и $AC = 8\ cm$ пресметнете лицето на Δ *ABC*.



A) $15\ cm^2$ **B)** $30\ cm^2$ **C)** $60\ cm^2$ **D)** $120\ cm^2$

Задача 5. Пресметнете произведението на реалните корени на уравнението

$$(2x^3 - 9x^2 + 10x - 3) \times \sqrt{2 + x - x^2} = 0.$$

A) -2 **B)** -1 **C)** 1 **D)** друг отговор

Задача 6. По колко начина можем да поставим 10 еднакви ябълки в три различни фруктиери? Допуска се, че има и празни фруктиери.

A) 64 **B)** 66 **C)** 81 **D)** друг отговор

Задача 7. За кое естествено число x, числото равно на $(625^2)^x \times (2^{20})^3$ се записва с 69 цифри?

A) 7 **B)** 8 **C)** 9 **D)** друг отговор

Задача 8. Колко са тройките неотрицателни числа със сбор 6, ако сред тях няма числа по-големи от 4?

A) 32 **B)** 24 **C)** 16 **D)** друг отговор

Задача 9. Графиката на коя от посочените функции е успоредна на графиката на функцията $y = 2x + 3$?

A) $y = -2x + 3$ **B)** $y = 3x - 2$ **C)** $y = 2x + 1$ **D)** $y = -2x - 3$

Задача 10. Колко са високосните години от 1001 г. до 2018 г.?

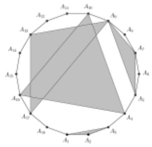
A) 254 **B) 250** **C)** 246 **D)** 247

Задача 11. Ако $y = 8x + \frac{9}{2x}$, коя е най-голямата възможна стойност на y, ако $x < 0$?

Задача 12. Основите на трапец са 4 и 9 сантиметра, а единият диагонал му е 6 см. Да се намери отношението на дължините на по-голямото към по-малкото бедро.

Задача 13. Колко са двуцифрените числа $\overline{ab}$, такива, че $\sqrt{\overline{ab} + \overline{ba}}$ е рационално число?

Задача 14. Колко са НЕравнобедрените триъгълници с върхове измежду върховете на правилния 18-ъгълник на чертежа?



Задача 15. За кои цели стойности на параметъра *a* уравнението

$$ax^2 - 8x + 16 = 0$$

се удовлетворява само за едно число *x*?

Задача 16. Да се намери сборът на всички реални числа *x*, такива че

$$\left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{x}{3}\right] = x.$$

Задача 17. Ако

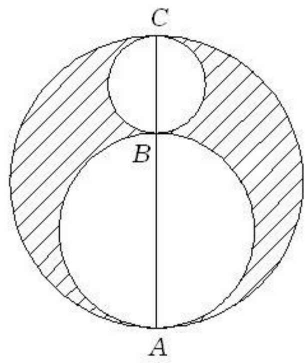
$$\left|\begin{aligned} x &= \frac{12}{x} + y, \\ y &= \frac{24}{y} + x, \end{aligned}\right.$$

пресметнете $|x - y|$.

Задача 18. В кой квадрант е пресечната точка на правите $y = \sqrt{2}x + \sqrt{3}$ и $y = \sqrt{3}x + \sqrt{2}$?

Задача 19. Намерете най-малкото естествено число, което при умножение с 2 става точен квадрат, а при умножение с 3 е точен куб.

Задача 20. Трите кръга са с диаметри $AB = 6\ cm$, $BC = 4\ cm$ и $AC = 10\ cm$. Колко процента от лицето на кръга с диаметър AC е лицето на защрихованата част?



Клас Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**1**	**2**	**5**	**90**	**27**	**6**	**0**	**9**	**-5**
2	**22**	**7**	**Борил**	**60**	**20,21**	**1**	**7**	**81**	**3**
3	**0**	**56**	**6**	**3**	**4107**	**-3**	**24**	**2**	**12**
4	**Вторник**	**6**	**5**	**4**	**18**	**-3**	**0,75**	**1**	**60**
5	**2**	**5**	**0**	**28**	**5**	**10**	**3**	**1**	**-1**
6	**30**	**18**	**118**	**4**	**25**	**6**	**84**	**36**	**66**
7	**2**	**45**	**18**	**546**	**9**	**37**	**1**	**28**	**9**
8	**3**	**56**	**4**	**2**	**сряда**	**39**	**1**	**80**	**16**
9	**8**	**47**	**72**	**19**	**44**	**9**	**7**	**8**	**y=2x+1**
10	**7**	**17**	**10**	**0 или 2**	**12**	**4**	**60**	**27**	**247**
11	**3**	**18**	**10**	**11**	**3072**	$\frac{1}{2}$	**505**	**72**	**-12**
12	**3**	**6**	**18**	**10699**	**375**	**3**	**162**	**162**	**1,5** **1.5**
13	**9**	**1**	**7**	**16**	**1**	**5**	**- 5**	**2**	**8**
14	**3**	**3**	**14**	**2500**	**3**	**0**	**10**	**2**	**684**
15	**4 или 6**	**15**	**5**	**2**	**50148**	-7	**3**	**40**	**0 или 1**
16	**13**	**3**	**5**	**108**	**150**	**24**	**80**	**3334**	**-21**
17	**1**	**3**	**81**	**23**	**2**	-5	**15**	**42**	**6**
18	**1**	**0**	**3**	**1**	**7**	**10**	**1 или 3**	**9**	**1**
19	**2**	**8**	**7**	**25**	**0,3**	**2020**	**0**	**16**	**72**
20	**5**	**8**	**48**	**24**	**103**	**15**	**3**	$\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}$	**48**

1 КЛАС

Задача	Отговор	Решение
1	**1**	Това е числото 0. Не е вярно, че 5 + 2 > 1 + 6; 5 + 2 > 2+6 и 5 + 2 > 3 + 6
2	**22**	Алекс и Феликс са по на 5 + 3 = 8 години. Тогава сборът от годините на тримата е 6 + 8 + 8 = 22.
3	**0**	От 12 - 3 = ☹, получаваме ☹ = 9. В ☹ - 3 = 😐 заместваме ☹ с 9 и получаваме 9 - 3 = 😐, тогава 😐 = 6. В ☹ + 😐 = ☺, заместваме 😐 с 6, ☹ с 9 и получаваме 6 + 9 = ☺, достигаме ☺ = 15. Окончателно получаваме ☹ + 😐 - ☺= 9 + 6 - 15 = 0.
4	**Вторник**	Днес е сряда. Утре е четвъртък. Вчера е било вторник.
5	**2**	Белите, жълтите и червените рози са общо 23, а белите и жълтите са общо 11. Тогава червените са 23 – 11 = 12. Жълтите и червените са общо 14. Тогава жълтите са 14 – 12 = 2.
6	**30**	Един молив струва 10 стотинки, а три молива струват 30 стотинки.
7	**2**	$28 - 1 - 5 = 22 \Rightarrow \square = 2$
8	**3**	От сбора на петте монети трябва да извадим две – или две по 1, или две по 5, или една от 1 и една от 5 евроцента. Така възможните суми за изплащане са три: 13 – 2 = 11; 13 – 10 = 3 и 13 – 6 = 7.
9	**8**	Зайчето яде 9 моркова за 3 дни. Останалите 4 дни от седмицата е яло по 2 зелки на ден, т.е. 8 зелки.
10	**7**	От 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 8 - 1 + 8 – 1 + ☐, Получаваме 21 = 14 + ☐ ⟹ ☐ = 7.
11	**3**	Не ми достигат 9 бонбона, за да имам 15 бонбона. Следователно имам 15 - 9 = 6 бонбона. За да имам 9 бонбона, не ми стигат 9 – 6 = 3 бонбона.
12	**3**	Само две от числата сред дадените имат сбор равен на число от останалите – това са числата 4 и 5. Тогава $\underbrace{4 + 5}_{\underbrace{9-6}_{3}}$

13	**9**	В първото квадратче можем да поставим число, което е по-голямо от две от числата – тогава там не можем да поставим числото 3, защото то не е по-голямо от някое от другите две числа: 1 < 4 > □ < □; 1 < 5 > □ < □; От 1 < 4 > □ < □ ⟹1 < 4 > 3 < 5 ⟹ сбор 9. От 1 < 5 > □ < □ ⟹1 < 5 > 3 < 4 ⟹ сбор 9.
14	**3**	Нека първо на всяко от децата дадем по един бонбон. Тогава ще остане един бонбон, който можем да дадем на едно от четирите деца. Така начините за раздаване са 3: 2 + 1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 1 + 1 + 2 = 4.
15	**4 или 6**	Ако Петър има 1 ябълка, тогава Иван има 3 ябълки. Петър ще има 4 круши, защото плодовете му са 5, а Иван ще има 2 круши. Общо ще имат 6 круши. Ако Петър има 2 ябълки, тогава Иван има 4 ябълки. Петър ще има 3 круши, защото плодовете му са 5, а Иван ще има 1 круши. Общо ще имат 4 круши.
16	**13**	Най-много последователни дни с 1 вторник се получават: От сряда до понеделник – 6 дни; следва 1 вторник; от срядата, след този 1 вторник, до понеделник – 6 дни. Общо дните са 13.
17	**1**	Сборът на две различни числа е 17, ако едното е 9, а другото е 8. Тяхната разлика е 9 – 8 = 1.
18	**1**	9 + 25 = 34
19	**2**	Пропуснати са две числа: 8 и 10. 0, 2, 4, 6, 8, 10 12, 14
20	**5**	На три от децата даваме най-малкия възможен брой балони - по 1 балон на всяко дете . За четвъртото остават 5 балона: 1 + 1 +1 + 5 = 8 балона.

AGE GROUP 2

Задача	Отговор	Решение
1	**2**	$44 \xrightarrow{-22} \square \xrightarrow{-20} 56 \xrightarrow{\div 2} 1$
2	**7**	198, 200, 202, 204, 206, 208, 210
3	**56**	**Задача 3.** Кое число сред числата 9, 12, 56, 88 и 91 трябва да зачеркнем, така че сборът на останалите осем числа да е 200? От 9 + 12 + 56 + 88 + 91 = 256 и 256 – 56 = 200, следва че трябва да зачеркнем числото 56.
4	**6**	Нека отборите са A, B, C, D. Първият отбор A играе с B, C, D. На втория отбор B му остава да изиграе срещите си с C, D. (вече преброихме срещата му с A) На третия отбор C му остава да изиграе срещите си с D. (вече преброихме срещите му с A и с B) Общо изиграните срещи са 3 + 2 + 1 = 6.
5	**5**	$\square \times 7 + 14 - 7 = 6 \times 7 \Leftrightarrow \square \times 7 + 7 = 42 \Leftrightarrow \square \times 7 = 35$ $\Leftrightarrow \square = 5$
6	**18**	6 = 2 + 2 + 2, 12 = 3 + 3 + 3 Техният сбор е 6 + 12 = 18.
7	**45**	Всички възможни подредби са 1243; 2143; 3412; 3421. Тогава стойностите на изразите са: $1 \times 2 + 43 = 45;\ 2 \times 1 + 43 = 45;\ 3 \times 4 + 12 = 24;\ 3 \times 4 + 21 = 33.$ Най-голямата сред тях е 45.
8	**56**	Между 1-то и 11-то засадено лале разстоянието е $10 \times 7 = 70$ *см*. Между 3-то и 11-то засадено лале разстоянието е $70 - 14 = 56$ *см*.

<table>
<tr><td>9</td><td>47</td><td>Записани са едноцифрените нечетни числа от 3 до 9 и двуцифрените нечетни числа от 11 до x. За записването на двуцифрените нечетни числа са използани 38 цифри. Т.е. записани са първите 19 двуцифрени нечетни числа. Тогава x = 47.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>17</td><td>От 21 – 1 = 20 и 20 : (4 + 1) = 4, следва че етажите под нас са 4 . 4 = 16, а над нас са 4 етажа. Аз живея на 17-ия етаж.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>18</td><td>$\blacksquare - 2 \times 3 = 3 \times 4 \Longrightarrow \blacksquare = 12 + 6 = 18$</td></tr>
<tr><td>12</td><td>6</td><td>$\underbrace{3 + 3 + \cdots + 3}_{5 \text{ събираеми } 3} = 3 + \underbrace{2 + 2 + \cdots + 2}_{☺ \text{ събираеми } 2}.$
$\Longrightarrow 15 = 3 + ☺ \times 2 \Longrightarrow ☺ = 6$</td></tr>
<tr><td>13</td><td>1</td><td>Зачеркваме цифрата на десетиците на 10:
$1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times 9 \times 0 \times 11 \times 12.$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>3</td><td>$4 \times 5 - 2 \times 3 = 14 \Longrightarrow 4 \times 5 - 2 \times 2 = 16$</td></tr>
<tr><td>15</td><td>15</td><td>12 + 12 :4 = 12 + 3 = 15.</td></tr>
<tr><td>16</td><td>3</td><td>6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 +1 = 2 + 2 + 2 = 3 + 3.</td></tr>
<tr><td>17</td><td>3</td><td>3 зайчета имат 12 краченца и 6 ушенца; 12 – 6 = 6.</td></tr>
<tr><td>18</td><td>0</td><td>Не е трудно да се установи, че числата в правоъгълниците са
<table><tr><td>2</td><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>x</td></tr></table>Сборът на числата е 5, ако вместо x е числото 0.
Тогава произведението на числата е 0.</td></tr>
<tr><td>19</td><td>8</td><td>Ако Ели има 10 ябълки и даде 4 на Лили, тогава Лили ще има 6 ябълки. В началото Лили е имала 2 ябълки, а Ели 10. От 10 – 2 = 8, следва отговорът.</td></tr>
<tr><td>20</td><td>8</td><td>Числата са изтрити в следния ред:
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19,
2, 6, 10, 14, 18,
4, 12, 20,
16. Остава числото 8.</td></tr>
</table>

AGE GROUP 3

Задача	Отговор	Решение
1	**5**	8.4 = 32, 8.5 = 40, 8.6 = 48. Числото е 5.
2	**Борил**	От $0 \times 1 = 0;\ 1 \times 2 = 2;\ 2 \times 3 = 5;\ 3 \times 4 = 12;\ 4 \times 5 = 20;$ $5 \times 7 = 35;\ 7 \times 8 = 56;\ 8 \times 9 = 72$ следва, че произведението на две последователни числа може да завършва само на 0, 2, 5 и 6. В случая само Борил е смятал вярно.
3	**6**	Това са 12, 16, 20, 24, 28, 32. Те са 6.
4	**5**	Обиколката на триъгълника е 24 см. Тогава страната на квадрата е 24 : 4=8 (см). Тогава равните отсечки са 5.
5	**0**	$0 \div 2 \times 2 - 2 + 2 = 0.$
6	**118**	2 часа – 120 секунди =2 $\times$ 60 минути $-$2 минути = 118 минути.
7	**18**	Сборът на цифрите на единиците и десетиците е 17, ако те са или 8 и 9, или 9 и 8. Числата са от вида x89 или x98. Те са 189, 289, ..., 989, 198, 298, ..., 998 – общо 18.
8	**4**	Правите да се пресичат и сред тях да няма успоредни. Тогава имаме два единични триъгълнсика и два съставени от триъгълник и четивиъгълник.
9	**72**	На ден двамата решаваме общо 6 + (6 – 3) = 9 задачи. За 8 дни ще решим 8.9 = 72 задачи.
10	**10**	Ако точките отляво надясно са А, В, С, Д и Е, тогава отсечките са АВ, АС, АД, АЕ, ВС, ВД, ВЕ, СД, СЕ и ДЕ.
11	**10**	Отбелязваме, че: 74 крака = 1 паек .8 крака + 11 бръмбара . 6 крака; 74 крака = 4 паяка .8 крака + 7 бръмбара . 6 крака; 74 крака = 7 паяка .8 крака + 3 бръмбара . 6 крака.

		Но паяците са повече – тогава те са 7, а бръмбарите са 3. Паяците и бръмбарите са общо 10.
12	**18**	Сборът на 15 и 12 е утроеният сбор на по-голямата и по-малката страна. Тогава сборът на по-голямата и по-малка страна е 27 : 3=9, а обиколката е 18 см.
13	**7**	Всяка ябълка са си разделили 2 от момичетата. Момичетта са 13 + Валя = 14. Тогава броят на ябълките е 14:2 = 7.
14	**14**	**18 – (2 + 2) = 14 см.**
15	**5**	0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45; 45 : 9 = 5. Сборът е 45, а частното е 5.
16	**5**	(1 . 2 . 3) : (1 . 3) + (2 . 5) : (1 . 5) + (2 . 8) : (4 . 4) = 2 + 2 + 1 = 5.
17	**81**	Числото $\overline{ab}$ се дели на 9. Тогава то е едно от числата: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 или 99. Сборът на цифрите на всяко число е 9, а на 99 – 18. Тогава търсеното число е 81.
18	**3**	Резултатите са 0:1 при загубата, т.е. във вратата му е вкаран 1 гол; 0:0 при равния мач, а 3:0 при победата, т.е. вкарани са 3 гола.
19	**7**	От 19 – 1 = 18 и 18 : (1 + 2) = 6, следва че етажите под нас са 1.6 = 6. Аз живея на 7-ия етаж.
20	**48**	Страната на квадратната плочка е 8 : 4 = 2 см. От 35 = 1 . 35 = 5 . 7, следва че страните на правоъгълника са 10 см и 14 см, а обиколката му е 48 см.

AGE GROUP 4

Задача	Отговор	Решение
1	**90**	$31.31 - 31.30 + 30.30 - 29.30 + 29.29 - 29.28 =$ $= 31.(31 - 30) + 30.(30 - 29) + 29.(29 - 28) =$ $= 31 + 30 + 29 = 90.$
2	**60**	108:3 + 96:4 = 36 + 24 = 60.
3	**3**	Числовата редица е $\underbrace{1, 3, 3, 9, 7, 3,}_{6\ \text{числа}} 1, 3, 3, 9, 7, 3, 1, \ldots$ От 33: 6 = 5 (остатък 3) $\Longrightarrow$ търсеното число е 3.
4	**4**	$12 = 1 \times 1 \times 1 \times 12 = 1 \times 1 \times 2 \times 6 = 1 \times 1 \times 3 \times 4 =$ $= 1 \times 2 \times 2 \times 3.$
5	**28**	$1 + 3 + 5 + \cdots + 53 + 55 - (2 + 4 + 6 + \cdots + 52 + 54) =$ $= (55 - 54) + (53 - 52) + \cdots + (3 - 2) + 1 = 28.$
6	**4**	Ако съединим двете изрязани правоъгълни дъски ще получим правоъгълник със страни 3 см и x см, където x см е дължината на страната на квадрата. Тогава $3x = 12$, откъдето $x = 4$. Страната на квадрата е 4 см.
7	**546**	Числовата редица 2, 9, 8, 12, 14, 15, 20, 18, *A*, *B*, 32, 24 е съставена от две числови редици: 2, 8, 14, 20, *A*, *32* и 9, 12, 15, 18, *B*, 24. За *A* получаваме 20 + 6 = 26, а за *B* получаваме 18 + 3= 21. Тогава A . B = 26 . 21 = 546.
8	**2**	Резултатите са 1:0, 1:0, 0:0 и 0:2. Когато е загубил мача е вкарал 0 гола, а е получил – 2. Общо 2 гола са вкарани в този мач.
9	**19**	От $16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 = 4 \times 5 \times 25 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24,$ следва, че остатъкът ще е равен на остатъка при делението на 2019 на 125, т.е. 19.
10	**0 или 2**	Ако сред числата е числото 0, тогава произведението е 0. Ако сред числата няма 0, тогава те са 99 единици и една двойка. Произведението е 2.
11	**11**	Отбелязваме, че:

		74 крака = 4 паяка .8 крака + 7 бръмбара . 6 крака; 74 крака = 7 паяка .8 крака + 3 бръмбара . 6 крака. Но паяците са по-малко – тогава те са 8, а бръмбарите са 7. Паяците и бръмбарите са общо 10.
12	**10699**	25 = 9 + 9 + 7. Най-малкото число със сбор на цифрите 25 е 799. Търсеното число е 5- цифрено. То е 1 0699.
13	**16**	В най-лошия сценарий първо се изиграват всички мачове един срещу друг без да се повтарят мачове. Изиграват се 15 мача. След 16 мача ще сме сигурни, че има повторение на мач.
14	**2500**	От 2 метра = 200 см и 200 : 4 = 50, получаваме, че страната на квадрата е 50 см. Тогава лицето му е 50 . 50 = 2500 квадратни сантиметра.
15	**2**	За 1 час и 20 минути = 80 минути тялото четири пъти губи половината от теглото си: $2000 \overset{\times 2}{\leftarrow} 1000 \overset{\times 2}{\leftarrow} 500 \overset{\times 2}{\leftarrow} 250 \overset{\times 2}{\leftarrow} 125$
16	**108**	Алек записал 25 двуцифрени числа, а Питър – три едноцифрени и 15 двуцифрени числа. Общо са записани 25 . 3 + 3 + 15 . 2=108 цифри.
17	**23**	Първият ред е съставен от 24 зарчета и е дълъг 23.5 мм = 115 мм. Вторият ред се състои от 24 зарчета и е дълъг 23.15 мм = 445 мм. Вторият ред е с 445 мм – 115 мм = 230 мм = 23 см по-дълъг от първия.
18	**1**	Числото 10 е сред множителите. Ако премахнем цифрата 1 от множителя 10, този множител ще е вече 0. Произведението на останалите числа е 0.
19	**25**	С 8 и най-малко x прави квадратът е разрязан на 162 правоъгълника. Тогава $9 \times (x + 1) = 162 \Longrightarrow x = 17$. Тогава правите са най-малко 25.
20	**24**	Преди Стефан да вземе третинката от бонбоните в купата е имало 6 бонбона. Преди Петър да вземе бонбоните в купата е имало 12 бонбона. В началото е имало 24 бонбона.

AGE GROUP 5

Problem	Answer	Solution
1	**27**	$1 : \frac{7}{9} + 2 : \frac{7}{9} + 3 : \frac{7}{9} + 4 : \frac{7}{9} + 5 : \frac{7}{9} + 6 : \frac{7}{9} = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) : \frac{7}{9} =$

		$21 \times \frac{9}{7} = 27.$
2	**20,21**	Числото, към което трябва да прибавя 0,01, е 20,19 +0,01 =20,20. Тогава резултатът, който трябваше да получа е 20,21.
3	**4107**	$9 \times 3 + 1020 \times 4 = 4107.$
4	**18**	От $54 = 2 \times 3^3 \Longrightarrow$ търсеният брой е равен на стойността на $$54 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 18.$$ (Функция на Ойлер)
5	**5**	От тома, че 2 дели $\overline{A20192020B}$, следва че възможните числа са $\overline{A201920200}, \overline{A201920202}, \overline{A201920204}, \overline{A201920206}, \overline{A201920208}$. Сборовете са съответно А + 16, А + 18, А+ 20, А + 22, А + 24. Тогава А = 2, А = 9, А =7, А = 5, А = 3. Търсените числа са 5.
6	**25**	Ако първата книга струва 10 долара, втората книга ще струва 8 долара. Ако x % от 8 е 10, тогава x = 125%. Тогава първата книга е по-скъпа от втората с 125% - 100% = 25%.
7	**9**	Числата, които удовлетворяват условието на задачата са 9: 0,291; 0,912; 0,921; 1,092; 1,029; 1,290; 1,209; 1,902; 1,920.
8	**сряда**	От 1899 до 1 януари 1902 няма високосна година. Числото 1900 се дели на 4, но завършва на две нули и за да е високосна трябва да се дели на 400, т.е. тя е обикновена година. Известно е, че: • Ако годината е обикновена, тя започва и завършва в един ден от седмицата; • Ако годината е високосна тя започва и завършва в два последователни дни от седмицата. 1900 започва в понеделник, 1901 – във вторник, 1902 – в сряда.
9	**44**	След x седмици броят на момчетата е 16 + x, а броят на момичетата е 10 + 2x. Ако тогава момичетата и момчетата са равен брой, получаваме последователно|: 16 + x = 10 + 2x $\Longrightarrow$ x = 6 $\Longrightarrow$ 16 + x + 8 + 2 x = 44.
10	**12**	Let the side length of the small square be x and consider the difference in the areas of the squares. We get the following: $$2 \times x + 2 \times x + 2 \times 2 = 44 \Longrightarrow x = 10$$

		Thus we get that the side length of the smaller square is 10 cm and the side length of the larger square is 12 cm.
11	**3072**	От 16 : 2 = 8 и 8.8.8 = 212 $\Longrightarrow$ разполагаме с 512 кубчета, всяко има по 6 стени, тогава общо стените са 512.6 = 3072.
12	**375**	Страната на малкия квадрат е 0,5 *см* = 5 *мм*. Тогава правоъгълникът има страни 15 *мм* и 25 *мм*. Лицето му е 375 *кв. мм.*
13	**1**	$0{,}02\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(1+\frac{1}{98}\right)\times\left(1+\frac{1}{99}\right)=$ $=0{,}02\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\frac{6}{5}\times\ldots\frac{99}{98}\times\frac{100}{99}=0{,}02\times\frac{100}{2}=1.$
14	**3**	**От** $\underbrace{\mathbf{20191011}}_{8}\,\underbrace{2358134711}_{10}\,\underbrace{2358134711}_{10}\ldots$ От 100 – 8 = 90.10 + 2 $\Longrightarrow$на 100-то място се намира 2-та цифра от цикъла 23558134711. Това е 3.
15	**50148**	Най-малкото петцифрено число, което започва с 5 и се дели на 36 е 50004. Търсим число от вида $\overline{501bc}$, като b + c = 3 или 12. Вече не е трудно да съобразим, че най-малкото число от този вид е 50148.
16	**150**	Изтриваме 6 и 25 и получаваме число, което завършва на 3 нули и е най-голямото, което се дели на 1000, но не се дели на 10 000.
17	**2**	Всяко от четирите числа участва в три от сборовете. Като съберем всичките дадени сборове ще получим утроения сбор на числата. Тогава търсеният сбор е $\frac{\frac{5}{6}+\frac{5}{6}+1\,\frac{1}{6}+\,1\,\frac{1}{6}+\,1+\,1}{\mathbf{3}}=2.$
18	**7**	Цифрите на единиците на събираемите $1!\,,3!\,,5!\,,7!,\ldots,97!,99!$ са съответно 1, 6, 0, 0, 0,...,0. Тогава търсената цифра на единиците е 1 + 6 = 7.
19	**0,3** **0.3**	Половината вода в съда е 1,2 – 0,75 = 0,45. Тогава водата в пълен съд е 2.0,45 = 0,9 kg, а съда тежи 1,2 -0,9 = 0,3 kg.
20	**103**	Нека с *x* означим търсеният брой. Тогава

		$$\frac{\mathbf{309}}{\boldsymbol{x}}=\frac{\mathbf{2}\,\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{60}}}{\frac{\mathbf{75}}{\mathbf{100}}}\Rightarrow \boldsymbol{x}=\mathbf{103}.$$

AGE GROUP 6

Problem	Answer	Solution
1	**6**	Числата са: $-18, -15, -12, -9, -6, -3$. Общо 6.
2	**1**	$((0{,}2^2)^{-4})^{-x}=625^{-2}\Leftrightarrow (((5^{-1})^2)^{-4})^{-x}=(5^4)^{-2}\Leftrightarrow -8x=-8$ $\Leftrightarrow x=1$.
3	**-3**	**Това са числата (- 2) и (- 1). Сборът им е (- 3).**
4	**-3**	$0{,}125\ =2^{-3}$
5	**10**	Четириъгълник *AMCD* е трапец. Лицата на триъгълниците *AOM* и *COD* са равни, нека отбележим тези лица с x. $\frac{x}{4}=\frac{DO}{OM}$ и $\frac{9}{x}=\frac{DO}{OM}\Rightarrow\frac{x}{4}=\frac{9}{x}\Rightarrow x=6$. Лицето на триъгълник *ACM* е x + 4 = 6 + 4 =10.
6	**6**	От 12 = 1.12 = 2.6 =3.4 = (−1).(−12) = (−2).(−6) == (−3).(−4), следва че възможните сборове са 6: 13, 8, 7, - 13, - 8, - 7.
7	**37**	От $3^{20}+9^9+27^7=3^{20}+3^{18}+3^{21}=3^{18}\times(3^2+1+3^3)=3^{18}\times 37$, Следва че търсеният делител е 37.
8	**39**	Ако на един от заровете се е паднала шестица, това комбинираме с падането на 1, 2, 3, 4 или 5 на всеки един от другите два зара – общо $5\times 5\ =\ 25$ възможности. Това важи за всеки един от трите зара. Така броят на възможностите е $3\times 25\ =\ 75$.
9	**9**	От $$\frac{1}{512}=\frac{1}{2^9}=\frac{5^9}{10^9}=0{,}001953125$$ Следва, че броят на цифрите след десетичната запетая е 9.
10	**4**	Нека *A* (*x*,*y*) $\Rightarrow x+y=x\times y=\frac{x}{y}\Rightarrow x=\frac{1}{2}, y=-1$. Точката *A* е в 4-ти квадрант.
11	$\mathbf{\frac{1}{2}}$	$$\frac{5-2}{2\times5}+\frac{9-5}{5\times9}+\frac{14-9}{9\times14}+\frac{20-14}{14\times20}+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}-\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}.$$
12	**3**	If *AC* = x cm ⟹ 3x - 5 + 2x -1 = x ⟹ x =1.5 ⟹ 3 x - 5 < 0.

		If $AC = 3x - 5$ cm $\Longrightarrow AB + BC = x + 2x - 1 > 3x - 5 = AC$. If $AC = 2x - 1$ cm $\Longrightarrow x + 3x - 5 > 2x - 1 \Longrightarrow x = 2 \Longrightarrow AC = 2x - 1 = 3$
13	**5**	**От** $$\underbrace{\mathbf{20191011}}_{8}\,\underbrace{2358134711}_{10}\,\underbrace{2358134711}_{10}\ \ldots$$ От 101 – 8 = 90.10 + 3 $\Longrightarrow$на 101-то място се намира 3-та цифра от цикъла 23558134711. Това е 5.
14	**0**	Сред множителите в израза е и $$\frac{1}{22} - \frac{1}{22} = 0.$$ Тогава търсеното произведение е 0.
15	**-7**	Магическият сбор е – 6. Трябва да заменим (-7) с (-4). $$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} \hline -5 & 2 & -3 \\ \hline 0 & -2 & -4 \\ \hline -1 & -6 & 1 \\ \hline \end{array}$$
16	**24**	От лицето на правоъгълника ще извадим лицата на четирите правоъгълни триъгълника с катети 3 см и 4 см. Получената разлика в кв. см е лицето на получения четириъгълник: 48 – 4.6 = 24 кв. см.
17	**– 5**	Числото $\frac{3}{2\pi-7}$ е число между (-4) и (- 5). Тогава най-голямото цяло число, което е по-малко от даденото е (- 5). $\frac{3}{2\pi-7} - (-4) = \frac{8\pi-25}{2\pi-7} < 0, \frac{3}{2\pi-7} - (-5) = \frac{10\pi-32}{2\pi-7} > 0.$
18	**10**	Сравняваме количеството на другите вещества – в прясно набраните гъби те са 16%, т.е. $\frac{16}{100} \times 20$, а в изсушените гъби е $\frac{32}{100} \times x$. Достигаме до $\frac{32}{100} \times x = \frac{16}{100} \times 20 \Longrightarrow x = 10.$
19	**2020**	$$(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \ldots + (-1)^{98} + (-1)^{99} + (-1)^{100} + 2019 =$$ $$= \big(1 + (-1)\big) + \cdots + \big(1 + (-1)\big) + 1 + 2019 = 2020$$
20	**15**	Числото $\frac{\overline{2019a}}{11}$ е цяло, ако 11 дели $(2 + 1 + a) - (0 + 9) \Longrightarrow a = 6$; Числото $\frac{\overline{2019b}}{4}$ е цяло, ако 4 дели $\overline{9b} \Longrightarrow b = 2\ ;\ 6$. Най-голямата стойност на $a + b$ е max (a, b) + 9 = 15.

AGE GROUP 7

Problem	Answer	Solution
1	**0**	От $$016y{-}100y^3 = 1{,}4 + y(16 - 100y^2) = 10y(4 - 10y)(4 + 10y))$$ и $4 - 10 \times 0{,}4 = 0$, следва че търсената стойност е 0.
2	**7**	$xy = 5 + y \Leftrightarrow y(x-1) = 5 \Leftrightarrow x = 2, y = 5;\ x = 6, y = 1 \Rightarrow$ $x + y = 7.$
3	**24**	От трите зара избираме 2 по три начина. При всеки избор имаме две възможности – на единият – 6, на другия – 5, и обратно. За всяка от 6-те възможности на третия зар може да се падне – 1, 2, 3 или 4. Общо 24 са възможностите.
4	**0,75**	Ако $AC = 3x$ cm $\Rightarrow 2x + 5x - 1 = 3x \Rightarrow x = 0{,}25 \Rightarrow AC = 0{,}75$. Ако $AC = 2x$ cm $\Rightarrow 3x + 5x - 1 = 2x \Rightarrow 6x = 1 \Rightarrow 5x - 1 < 0$; Ако $AC = 5x - 1$ cm $\Rightarrow 3x + 2x = 5x - 1 \Rightarrow$ няма стойност на x.
5	**3**	От $$A = \frac{7n+3}{n+2} = \frac{7n+14-11}{n+2} = 7 - \frac{11}{n+2}$$ Следва че числото A е цяло, ако $n + 2 = \pm 1;\ \pm 11$. За $n = -1$, числото A не е естествено, а за $n = -3;\ 9;\ -13$ е естествено число.
6	**84**	Четириъгълник $AMCD$ е трапец. Лицата на триъгълниците AOM и COD са равни, нека отбележим тези лица с x. От $\frac{x}{28} = \frac{OM}{DO}$ и $\frac{7}{x} = \frac{OM}{DO} \Rightarrow \frac{x}{28} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = 14.$ Лицето на успоредника $ABCD$ е $2 \times S_{ACD} = 2 \times (28 + 14) = 84.$
7	**1**	Неравенството е еквивалентно на $x < \frac{1}{3}$, тогава търсеното число е 1
8	**1**	От $$n^2 + 4n + 5 = (n+2)^2 + 1 \geq 1$$ Най-малката стойност на израза се постига при $n + 2 = 0$ и е 1.
9	**7**	От $A = 1^2 + 2^3 + 3^4 + 4^5 = 1 + 8 + 81 + 1024 = 1114$, $B = 5^6 + 6^7 + 10^{10} = \overline{\dots 5} + \overline{\dots 6} + \overline{\dots 0} = \overline{\dots 1}$ и $A < B \Rightarrow A - B$ завършва на 7.

<table>
<tr><td>10</td><td>60</td><td>Нека ъглите са α, β, γ и нека $\beta = \frac{\alpha+\gamma}{2} \Rightarrow \boldsymbol{\beta} = \frac{180^0-\boldsymbol{\beta}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{\beta} = 60^0$.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>505</td><td>Всяка група започва с число, което е равно на броя на числата в предишните групи, увеличен с 1.
Тогава 10-та група ще започва с числото (1 + 2 + 3 + ... + 9) + 1 = 45 + 1 и сборът на числата в тази група ще е равен на сбора на числата
$$\underbrace{46 + 47 + 48 + \ldots + 55}_{10} = 505.$$</td></tr>
<tr><td>12</td><td>162</td><td>Страната на квадратите и ромбовете е 72 : 12 = 6 см.
Острият ъгъл на ромба е (360° – 3.90°) : 3 = 30°. Височината му е 6: 2 = 3 см, а лицето е 18 см^2.
Лицето на фигурата е 3. 36 + 3. 18 = 162 см^2.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>- 5</td><td>Числото
$$\frac{3}{2\pi - 7}$$
е число между -4 и - 5. Тогава най-голямото цяло число, което е по-малко от даденото е (- 5).
$$\frac{3}{2\pi - 7} - (-4) = \frac{8\pi - 25}{2\pi - 7} < 0, \frac{3}{2\pi - 7} - (-5) = \frac{10\pi - 32}{2\pi - 7} > 0 \Rightarrow$$
$\Rightarrow \frac{3}{2\pi-7} \in (-5; -4) \Rightarrow \left[\frac{3}{2\pi-7}\right] = -5.$</td></tr>
<tr><td>14</td><td>10</td><td>Сравняваме количеството на другите вещества – в прясно набраните гъби те са 16%, т.е. $\frac{16}{100} \times 20$, а в изсушените гъби е $\frac{32}{100} \times x$.
Достигаме до $\frac{32}{100} \times x = \frac{16}{100} \times 20 \Rightarrow x = 10.$</td></tr>
<tr><td>15</td><td>3</td><td>За да има нечетен брой делители двуцифреното число равно на
$2A^3 + 3 \times A^2 = A^2 \times (2A + 3)$ трябва да е точен квадрат.
Това е възможно само при $A = -1; 3; 11; \ldots \Rightarrow$
$2A^3 + 3 \times A^2 = 1; 81; 3025; \ldots$
Но $2A^3 + 3 \times A^2$ е двуцифрено число $\Rightarrow$ А = 3.</td></tr>
<tr><td>16</td><td>80</td><td>Съставяме таблицата:
<table>
<tr><td></td><td>s(km)</td><td>v(km/h)</td><td>t(h)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>60</td><td>1/60</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>x</td><td>1/60 – 15/3600 = 3/240 =1/80</td></tr>
</table>
$\Rightarrow x = 80$.</td></tr>
</table>

17	**15**	Числото $\frac{\overline{2019a}}{11}$ е цяло, ако 11 дели $(2 + 1 + a) - (0 + 9) \Rightarrow a = 6$; Числото $\frac{\overline{2019b}}{4}$ е цяло, ако 4 дели $\overline{9b}$ $\Rightarrow b = 2$; 6. Най-голямата стойност на $a + b$ е max (a, b) + 9 = 15.
18	**1 или 3**	Нека $A\ (x,y) \Rightarrow x - y = x \times y = \frac{x}{y} \Rightarrow\ y = -1$ или $y = 1\ \Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$. Нека $A\ (x,y) \Rightarrow y - x = x \times y = \frac{x}{y} \Rightarrow y = -1$ или $y = 1\ \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. Точката A е в 1-ви или 3-ти квадрант.
19	**0**	Сред множителите в израза $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{50}\right) \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{48}\right) \times \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{46}\right) \times \ldots \times \left(\frac{1}{48} - \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{2}\right)$. е и $\frac{1}{26} - \frac{1}{26} = 0$. Тогава търсеното произведение е 0.
20	**3**	И трите триъгълника не са остроъгълни – един е правоъгълен, а другите два – тъпоъгълни.

AGE GROUP 8

Problem	**Answer**	**Solution**
1	**9**	Вярно е, че: $20 - \sqrt{19} < n < 20 + \sqrt{19}\ \Leftrightarrow -\sqrt{19} < n\ - 20 < \sqrt{19}$ $n\ - 20 = -4;\ -3;\ -2;\ -1;\ 0; 1;\ 2;\ 3;\ 4$ Тогава броят на числата е 9.
2	**81**	$(2x + 1)^4 = \alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 + \delta x + \varepsilon\ \Rightarrow$ $(2 \times 1 + 1)^4 = \alpha \times 1^4 + \beta \times 1^3 + \gamma \times 1^2 + \delta \times 1 + \varepsilon$ $\Rightarrow\ \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 81$.
3	**2**	От $20 \times 27^N = 2^2 \times 5^1 \times 3^{3N}$ следва, че броят на делителите е $3 \times 2 \times (3N + 1)$. От $3 \times 2 \times (3N + 1) = 42\ \Rightarrow N = 2$.
4	**1**	Пресечната точка на двете прави има координати: абсциса 1 > 0; ордината $\sqrt{3} + \sqrt{2} > 0$.
5	**1**	От

<table>
<tr><td></td><td></td><td>$$A = \frac{7n^2+12n-15}{n+2} = 7n-2-\frac{11}{n+2}$$
следва, че числото A е цяло,
ако $n + 2 = \pm 1;\ \pm 11 \Rightarrow n = -1;\ -3;\ -13;\ 9.$
Само за $n = 9$, числото A е естествено.</td></tr>
<tr><td>6</td><td>36</td><td>Сборът от ъглите на петоъгълна звезда е 180 градуса. Нека търсеният ъгъл е x, тогава сборът на останалите четири е $4x$.
Тогава $5x = 180^0 \Rightarrow x = 36^0$.</td></tr>
<tr><td>7</td><td>28</td><td>Да добавим две еднакви круши и да подредим всички ябълки и круши в редица. Сега да разпределим ябълките така: В първата фруктиера да поставим ябълките, които се намират от началото до първата круша, във втората – ябълките след първата круша до втората, в третата – останалите ябълки – тези след втората круша.
Броят на всички начини ще е равен на възможностите 2 круши да бъдат разположени на 6 места – те са $8 \times 7 \div 2 = 56 \div 2 = 28$ начина.
Коментар: Търсим неотрицателните цели решения на уравнението$$x + y + z = 6.$$Те са $C_8^2 = 28$.</td></tr>
<tr><td>8</td><td>80</td><td>...
<table>
<tr><td></td><td>s(km)</td><td>v(km/h)</td><td>t(h)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>60</td><td>1/60</td></tr>
<tr><td>2</td><td>1</td><td>x</td><td>1/60 – 1/240 = 3/240 =1/80</td></tr>
</table>
$\Rightarrow x = 80$.</td></tr>
<tr><td>9</td><td>8</td><td>Нека BM е $4x$. Тогава разстоянието от точката C до правата BM е x, а от точката M до хипотенузата AC е $2x$.
От $3x = 6 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow BM = 8$.</td></tr>
<tr><td>10</td><td>27</td><td>Сборът 30 се постига от 5 двойки числа: 20 + 10 = 30; 19 + 11 = 30; 18 + 12 = 30; 17 + 13 = 30; 16 + 14 = 30. Числата 21, 22, 23, ..., 39, 40 и числото 15 са неблагоприятни – те не могат да са събираеми в сбор 30. При най-лошия сценарий първо избираме числата 21, 22, 23, , ..., 39, 40 и 15, след това още 5 числа по едно число от 5-те двойки числа със</td></tr>
</table>

		сбор 30. Избрали сме 26 числа, 27- то число задължително вече ще е число, което ще даде сбор 30 с едно от вече избраните числа.
11	**72**	Точните квадрати от 1 до 200 са: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289. Тогава сред търсените числа са 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128. Точните кубове от 1 до 300 са 1; 8; 27; 64; 125; 216. Тогава сред търсените числа са 9, 72. Тогава 72 е числото, което е общо и за двете редици от числа (2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128) и (9, 72) .
12	**162**	Страната на квадратите и ромбовете е 72 : 12 = 6 см. Острият ъгъл на ромба е (360° – 3.90°) : 3 = 30°. Височината му е 6 : 2 = 3 см, а лицето е 18 см^2. Лицето на фигурата е 3. 36 + 3. 18 = 162 см^2.
13	**2**	За да бъде рационално число $$(2-a)\times\sqrt{2}+(a^2+a-6)\sqrt{3}$$ $2-a$ и $a^2+a-6=0$. Това е възможно само за $a\ =\ 2$.
14	**2**	$4x^2+10y^2-4xy-12y+4=0 \Leftrightarrow (2x-y)^2+\ (3y-2)^2=0 \Leftrightarrow$ $y=\frac{2}{3};\ \ x=\frac{1}{3}$. $4x+y=\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}=2$.
15	**40**	Нека точките са $A_1, A_2, A_3, \dots, A_9, A_{10}$ и нека $$\widehat{A_1A_2}=\widehat{A_2A_3}=\cdots=\widehat{A_9A_{10}}=\widehat{A_{10}A_1}=36^0$$ Тогава $$\widehat{A_1A_6}=\widehat{A_2A_7}=\cdots=\widehat{A_5A_{10}}=180^0,$$ Което означава че 5-те хорди $A_1A_6, A_2A_7, \dots, A_5A_{10}$ са диаметри. Всяка от тези 5 хорди образува правоъгълни триъгълници с останалите 8 точки: $$A_1A_6A_j, 2\le j\le 10, j\ne 6; \dots$$ които са $5\times 8=40$.
16	**3334**	$$11115556=1111\times 10^4+5\times 1111+1=$$ $$=\frac{1}{9}\times(10^4-1)\times 10^4+5\times\frac{1}{9}\times(10^4-1)+1=$$ $=(\frac{10^4+2}{3})^2=3334^2 \Longrightarrow \sqrt{11115556}=3334$.
17	**42**	Нека α е цяло число, такова че $\sqrt{\alpha+7}=a$ и $\sqrt{\alpha-6}=b$, като a и b са

		цели неотрицателни числа. Тогава $\alpha = a^2 - 7 = b^2 + 6 \Longrightarrow$ $$a^2 - b^2 = 13 \Longrightarrow \left\lvert \begin{array}{l} a-b=1 \\ a+b=13 \end{array} \right. \Longrightarrow a = 7, b = 6 \Longrightarrow \alpha = 42.$$ Let α be an integer, such that $\sqrt{\alpha+7} = a$ and $\sqrt{\alpha-6} = b$, keeping in mind that a and b are non-negative integers. Therefore $\alpha = a^2 - 7 = b^2 + 6 \Longrightarrow a^2 - b^2 = 13 \Longrightarrow \left\lvert \begin{array}{l} a-b=1 \\ a+b=13 \end{array} \right. \Longrightarrow a = 7, b = 6 \Longrightarrow \alpha = 42.$
18	**9**	$\sqrt{1 + 8 \times \sqrt{1 + 9 \times \sqrt{1 + 10 \times \sqrt{1 + 11 \times 13}}}} =.$ $$= \sqrt{1 + 8 \times \sqrt{1 + 9 \times \sqrt{1 + 10 \times 12}}} = \sqrt{1 + 8 \times \sqrt{1 + 9 \times 11}}$$ $$= \sqrt{1 + 8 \times 10} = 9.$$
19	**16**	ΔMDN е правоъгълен с катети равни на страните на успоредника. Лицето на ΔMDN е $$\frac{AB \times AD}{2}.$$ Лицето на успоредника $ABCD$ е $AB \times h_{AB} = AB \times \frac{AD}{2}$ и е равно на лицето на ΔMDN.
20	$\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$	Нека с x означим лицето на триъгълника. Тогава $$\frac{2x}{\sqrt{2}} - \frac{2x}{\sqrt{3}} = 1 \Longrightarrow x = \frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}$$

AGE GROUP 9

Problem	Answer	Solution
1	**C**	Корените на биквадратното уравнение са 1, (-1), 4 и (-4). Сборът на

		двата най- малки е (-4) + (-1) = -5.
2	**C**	Решенията на неравенството са числата от $(-2; 0] \cup \{3\}$. Броят на целите числа, които са решения на неравенството е 3. Това са числата (-1), 0 и 3.
3	**B**	Лицето на ΔMAD е половината от лицето на $\Delta\ ABD$. Тогава $S_{ABD} = 2 \times S_{ADM} = 8$. и от $S_{ABD} = \frac{h \times AB}{2} \Longrightarrow\ h \times AB = 16.$ За лицето на трапеца получаваме: $$S_{ABCD} = \frac{h}{2} \times (AB + CD) = \frac{3hAB}{4} = 12cm^2.$$
4	**C**	От $AM = 5 \Longrightarrow c - a = 2 \Longrightarrow a^2 + 8^2 = (a+2)^2 \Longrightarrow a = 15 \Longrightarrow$ $S_{ABC} = \frac{8 \times 15}{2} = 60\ \ cm^2.$ $AM = 5 \Longrightarrow c - a = 2 \Longrightarrow a^2 + 8^2 = (a+2)^2 \Longrightarrow a = 15 \Longrightarrow$ $\Longrightarrow S_{ABC} = \frac{8 \times 15}{2} = 60\ \ cm^2.$
5	**B**	От $2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 = (2x-1)(x-1)(x-3)$ и $-x^2 + x + 2 = -(x+1)(x-2)$ $(2x^3 - 9x^2 + 10x - 3) \times \sqrt{2 + x - x^2} = 0 \Leftrightarrow (2x-1)(x-1)(x-3) = 0, (x+1)(x-2) \leq 0$ или $(x+1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow$ корени са числата $\frac{1}{2}; (-1); 1; 2.$ Произведението на корените е (-1).
6	**C**	Да добавим две еднакви круши и да подредим всички ябълки и круши в редица. Сега да разпределим ябълките така: В първата фруктиера да поставим ябълките, които се намират от началото до първата круша, във втората – ябълките след първата круша до втората, в третата – останалите ябълки – тези след втората круша. Броят на всички начини ще е равен на възможностите 2 круши да бъдат разположени на 10 места – те са $12 \times 11 \div 2 =\ 66$ начина.
7	**C**	Отбелязваме, че: $(625^2)^x \times (2^{20})^3 = 5^{8x} \times 2^{60}.$

		Ако $x = 8$, тогава $$5^{64} \times 2^{60} = 5^4 \times 10^{60} = 625\ \underbrace{000\ldots00}_{60}$$ т.е. числото се записва с 63 цифри. Ако $x = 9$, тогава $$5^{72} \times 2^{60} = 5^{12} \times 10^{60} = 244140625\ \underbrace{000\ldots00}_{60}$$ т.е. числото се записва с 69 цифри.
8	**C**	За тройката числа (4, 2, 0) има 6 възможности; за (4, 1, 1) - 3 възможости; за (3, 2, 1) - 6 възможности; за (2, 2, 2) - една възможност. Общо 16 възможности.
9	**C**	За да са успоредни правите трябва да нямат общи точки. Само системата уравнения $$\begin{vmatrix} y = 2x + 3 \\ y = 2x + 1 \end{vmatrix}$$ няма решение, т.е. двете прави нямат общи точки**.**
10	**D**	От 1001 до 2016 има 254 числа, които се делят на 4. Сред тях обаче са и 10-те числа, които завършват на две нули:1100, 1200, 1300, 1400, ..., 2000. Само 1200, 1600 и 2000 се делят на 400, т.е. само тези три години са високосни. Достигаме до отговора: 254 – 10 + 3 = 247.
11	**-12**	$$-y = -8x + \left(-\frac{9}{2x}\right) \geq 2\sqrt{(-8x) \times \left(-\frac{9}{2x}\right)} = 12 \Rightarrow y \leq -12.$$ Отбелязваме, че $y = -12$, ако $x = 1{,}5$.
12	**1,5** **1.5**	Диагоналът разделя трапеца на два подобни триъглници. Тогава бедрата се отнасят, както $9 \div 6 = 3 \div 2 = 1.5$.
13	**8**	От $\overline{ab} + \overline{ba} = 11 \times (a + b)$, следва, че за да бъде $\overline{ab} + \overline{ba}$ точен квадрат, a + b трябва да е 11, т.е. търсените числа са всички двуцифрени числа със сбор на цифрите 11: 29, 38, 47, 56, 65, 74, 83 и 92.
14	**684**	Три от 18 точки могат да се изберат по $\frac{18.17.16}{3!} = 816$ начина. Ако фиксираме върха срещу основата на равнобедрения триъгълник, например A_1, имаме равнобедрените триъгълници $A_2A_1A_{18}$, $A_3A_1A_{17}$ и

		т.н. до $A_9A_1A_{11}$; те са 8. Така получаваме 18. 8 = 144 триъгълника. Сред тях има 6 равностранни, които са броени по 3 пъти. Следователно равнобедрените триъгълници са 144 – 2.6 = 132. Неравнобедрените са 816 – 132 = 684.
15	**0 или 1**	Ако $a = 0$, тогава корен е само числото 2. Ако а $a \neq 0,$ тогава уравнението е квадратно и дискриминантата $D = 64 - 64a = 0 \Rightarrow a = 1$.
16	**-21**	Търсените числа са цели. Нека ги представим във вида $6p + q$, където $0 \leq q < 6$. Тогава: $$\left[\frac{6p+q}{2}\right] + \left[\frac{6p+q}{3}\right] = 6p + q \Leftrightarrow \left[\frac{q}{2}\right] + \left[\frac{q}{3}\right] = p + q \Leftrightarrow p = -q + \left[\frac{q}{2}\right] + \left[\frac{q}{3}\right]$$ Тогава Възможните стойности на x са: Ако $q = 0 \Rightarrow p = 0 \Rightarrow x = 0$. Ако $q = 1 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -5$. Ако $q = 2 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -4$. Ако $q = 3 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -3$. Ако $q = 4 \Rightarrow p = -1 \Rightarrow x = -2$. Ако $q = 5 \Rightarrow p = -2 \Rightarrow x = -7$. Сборът на числата е (-21).
17	**6**	$$\left\lvert\begin{array}{l} \boldsymbol{x = \frac{12}{x} + y,} \\ \boldsymbol{y = \frac{24}{y} + x,} \end{array}\right. \Rightarrow \left\lvert\begin{array}{l} \boldsymbol{x^2 - xy = 12,} \\ \boldsymbol{y^2 - xy = 24} \end{array}\right.$$ $$\boldsymbol{\Rightarrow (x-y)^2 = 36 \Rightarrow \lvert x - y\rvert = 6.}$$
18		Пресечната точка на двете прави има координати: абсциса 1 > 0; ордината $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ > 0.
19	**72**	Точните квадрати от 1 до 200 са: 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289. Тогава сред търсените числа са 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128. Точните кубове от 1 до 300 са 1; 8; 27; 64; 125; 216. Тогава сред търсените числа са 9, 72. Тогава 72 е числото, което е общо и за двете редици от числа (2, 8, 18, 32, 50, 72, 98, 128) и (9, 72) .

20	**48**	Двете лица са съответно 25π и 12π. Тогава търсеният процент е $12\pi \div \frac{25\pi}{100} = 48.$