



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ

Министерство на образованието и науката

Регионално управление на образованието – Бургас

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩИНСКИ КРЪГ - 15.12.2018 ГОД.

ТЕМА VII КЛАС

Задача 1. А) Приведете в нормален вид многочлена $K = x^3 + \left(-3x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2} - x\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) + (1-x)^3$.

Б) Дадени са многочлените $A = x^3 - 3x^2$, $B = x^3 + 2x^2 - 15x$, $C = x^3 + x^2 - 9x - 9$.

Разложете на множители многочлените A, B, C и $M = 2A + B - C$.

В) Намерете стойността на израза $x + y$, ако $\left(x^2 - x + \frac{5}{4}\right)(y^2 + 3y + 3) = \frac{3}{4}$.

(7 точки)

Задача 2. Трима пешеходци едновременно тръгнаха и едновременно се върнали в един и същи пункт A . Те изминали път с форма на равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$), $AB = a$ km, $CD = b$ km и $AD = BC = c$ km. Скоростите на първия пешеходец по страните AB, BC, CD и DA са съответно 8 km/h, 5 km/h, 8 km/h и 6 km/h; а скоростите на втория пешеходец по същите отсечки са съответно 7 km/h, 6 km/h, 8 km/h и 7 km/h. Третият пешеходец променил скоростта си само един път и това е станало във върха D , като се е движил със скорости 8 km/h или 7 km/h, не непременно в същия ред. Намерете отношението $a : b : c$.

(7 точки)

Задача 3. А) Докажете тъждествата $x^2 + x + 1 = (x + 1)^2 - (x + 1) + 1$;

$$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1) \cdot (x^2 - x + 1).$$

Б) Пресметнете стойността на израза

$$M = \frac{(5^4 + 5^2 + 1)(7^4 + 7^2 + 1)(9^4 + 9^2 + 1)(11^4 + 11^2 + 1)(13^4 + 13^2 + 1)}{(4^4 + 4^2 + 1)(6^4 + 6^2 + 1)(8^4 + 8^2 + 1)(10^4 + 10^2 + 1)(12^4 + 12^2 + 1)}$$

и посочете между кои цели последователни числа се намира тази стойност.

(7 точки)

Желаем Ви успех!

Време за работа - 4 часа.

Всяка задача се оценява със 7 точки.

За областен кръг се класират учениците, получили не по-малко от 16 точки.