MATHEMATICS WITHOUT BORDERS

FINAL 2017

ANSWERS

Age group / Problem	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	B	B	A	B	D	B	B	A	C
2	B	A	B	C	D	B	B	B	D
3	B	C	C	A	C	C	A	C	B
4	B	B	A	A	C	B	C	B	C
5	B	C	B	A	D	B	B	C	B
6	B	B	C	C	D	C	D	D	A
7	C	C	C	B	B	B	B	A	B
8	C	B	C	C	A	D	A	B	B
9	A	C	C	A	A	B	B	C	D
10	B	C	B	A	B	D	D	C	A
11	1	91	6 or 7	156	6	-1	2or3	1	7
12	2	3	18	7	37,5	-7/48	14or110	6	28
13	5	10	12	1	2	44or45	40or42	18	6
14	6	21	978	2118	7	6	60	- 2	-2
15	1	1	3	2017	0	2and6	17 или 9N-17	2or3	2or3
16	3	5 or 6	4	28999	3,124	-1	14	14and111	34
17	2	8	55	9	6	10016	27	44	1/4
18	4	6	840	32 or 28	576	3	191	184	1
19	4	18	36	1 or 3	2088	5	1:1	11	1
20	4	10	12	2 + 3 +3 +3 (54)	23	17	2and6	1,3,7	безброй

МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

ФИНАЛ

1 юли 2017 г., Несебър, България

УКАЗАНИЯ

1. Моля не отваряйте теста преди квесторът да е дал разрешение.

2. Тестът съдържа 20 задачи – 10 задачи с избираем отговор и 10 задачи със свободен отговор.

3. В листа за отговори за задачите с избираем отговор трябва да запишете само буквата на верния отговор, а за задачите със свободен отговор – отговора/отговорите.

4. Всеки правилен отговор на задачите от 1 до 10 се оценява с 1 точка, ако е посочен грешен отговор или не е посочен отговор – 0 точки. Всеки правилен отговор на задачите от 11 до 20 се оценява с 2 точки, ако отговорът е непълен – с 1 точка, ако отговорът е грешен или не е посочен – 0 точки.

5. Забранено е използването на калкулатори, телефони или други електронни устройства, учебници и справочници с формули.

6. Времето за работа по задачите е 60 минути. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите.

7. По време на състезанието не се допуска чужда помощ от квестора или друго лице. Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

8. След като приключите, моля предайте листа си за отговори на квестора и вземете копие от листа с отбелязано време за работа.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХ!

Листът за отговори и на индивидуалното, и на отборното състезание ще бъде **в три еднообразни екземпляра (химизирани).**

Ученикът пише САМО върху първия екземпляр, написаното се откопирва върху долните два под него.

При предаването на листа за отговори, след нанасяне на времето и подпис от квестора, участникът ще получи **третия екземпляр**.

Първият екземпляр остава за съхранение от журито.

Вторият екземпляр се съхранява за контролна проверка.

Заелите първите три места от всеки клас във финалното индивидуално състезание получават златен, сребърен и бронзов медал.

Общият брой на удостоените с медали е до **20 % от финалистите от всеки клас**.

Класирането се извършва по точки. При равен брой точки по-напред в класирането е този ученик, който е изразходвал по-малко време за решаването на задачите. Времето се записва от квестора в присъствието на състезателите.

Класирането за купите „Математика без граници" се определя на базата на сбора от двата най-добри резултата от трите дистанционни състезания и удвоения резултат от финалното състезание. В класирането участват **ДО ТРИМА ПРЕДСТАВИТЕЛИ** на всяка страна, получили най-добър резултат във финала.

ВАЖНО!

Наградите на победителите в турнира се връчват единствено и само по време на церемонията на награждаването лично от лауреатите или след церемонията – от писмено упълномощени от тях лица.

1 КЛАС

Задача 1. Колко от знаците „+”, „–” и „=” можем да поставим вместо ○?

$$2 \bigcirc 0 - 1 + 7 = 8$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

Задача 2. На всяка страна на зарчето са отбелязани 1, 2, 3, 4, 5, 6 точки. Колко е общият брой на точките, които не се виждат?

A) 5 **B)** 6 **C)** 15

Задача 3. Колко цифри трябва да зачеркнем от групата числа

0, 1, 11, 12, 9, 8 и 19,

за да останат седем едноцифрени числа?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4

Задача 4. Ако

☺ + □ + □ = 10

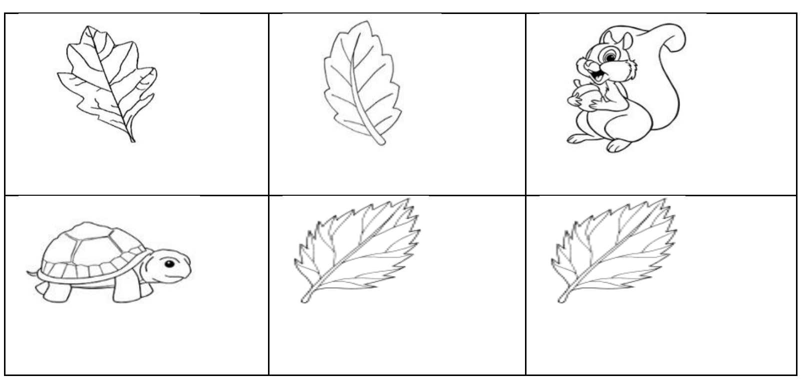
☺ + □ = 7

□ + □ − ☺ =?

тогава **? =**

A) 1 **B) 2** **C) 3**

Задача 5. За да стигне до катеричката, костенурката преминава през 2 листенца, които са от различен вид. По колко различни пътеки костенурката достига до катеричката?



A) 1 **B)** 2 **C)** 3

Задача 6. Катеричките Тони и Мони имали общо 12 жълъда. Тони има 4 жълъда. С колко жълъдите на Тони са по-малко от жълъдите на Мони?

A) 2 **B)** 4 **C)** 8

Задача 7. Вместо да прибавя 3 към едно число, извадих 3 и получих 3. Кое число трябваше да получа?

A) 3 **B)** 6 **C)** 9

Задача 8. Кое число ще получите, ако съберете числата които са скрити от мидите?

1, 2, 3, 4,  **, 6, 7,**  **, 9, 10**

A) 3 **B)** 12 **C)** 13

Задача 9. На дъската записали с цифри едно до друго всички числа от 9 до 13. Коя е цифрата в средата?

Пояснение: Ако запишем числата 9 и 10, получаваме 9**1**0. Цифрата в средата е 1.)

A) 1 **B)** 2 **C)** 11

Задача 10. Мария начертала три отсечки. Първата е дълга 10 *см*, втората е с 4 *см* по-къса от първата, а третата отсечка е по-дълга от втората с 2 *см*. Колко сантиметра е третата отсечка?

A) 6 **B)** 8 **C)** 12

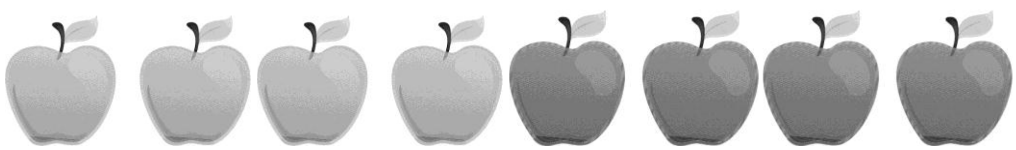
Задача 11. Колко от числата 0, 1, 2, 3, 4 и 5 можем да поставим в празното квадратче, така че да е вярно

$$10 < 6 + \square \ ?$$

Задача 12. Едното събираемо е 8, а сборът е най-малкото двуцифрено число. Колко е другото събираемо?

Задача 13. Записах всички числа от 1 до 15. Колко са цифрите, които използвах само 1 път?

Задача 14. В тъмна стая в една кошница има 4 жълти и 4 червени ябълки. Колко ябълки ***най-малко*** трябва да вземем ***без да гледаме,*** за да сме сигурни, че сме взели ***поне две жълти ябълки***?



Задача 15. Колко е разликата на двуцифрено число по-малко от 11 и едноцифрено число по-голямо от 8? (Ако $\square\square < 11$ и $\square > 8$, тогава $\square\square - \square = ?$)

Задача 16. Една ябълка и 2 еднакви круши тежат колкото 5 еднакви праскови. Всяка круша тежи колкото 2 от тези праскови. Колко праскови тежат колкото една ябълка и една круша?

Задача 17. Алекс е с 2 години по-голям от Борис. С колко години Борис ще е по-малък от Алекс след 2 години?

Задача 18. В един букет има 19 бели, червени и жълти рози. От тях 8 са червени, а жълтите са с 3 повече от белите. Колко са белите рози?

Задача 19. Четири деца получили общо 10 бонбона. Всяко дете получило 1 или повече бонбони, но различен брой. Колко бонбона е получило детето с най-много бонбони?

Задача 20. Кое от числата 1, 2, 4, 5, 7 и 15 е излишно, ако сборът на едноцифрените е равен на двуцифреното число?

2 КЛАС

Задача 1. Сборът $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 2$ е записан като произведение на два множителя. Кое число НЕ е сред множителите?

A) 1 **B)** 3 **C)** 23

Задача 2. Съд пълен с вода тежи 14 кг, а пълен наполовина – колкото 4 празни съда. Колко кг тежи този съд, когато е празен?

A) 2 **B)** 3 **C)** 4

Задача 3. За числото 57 няколко деца казват:

Адам: „Това е число, което е записано само с нечетни цифри",

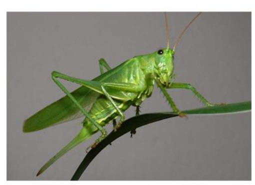
Браян: „Това е число, което може да се представи като произведение на две едноцифрени числа";

Стив: „Това е число, което е с 4 по-малко от число, което има 6 десетици".

Колко от твърденията са верни?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2

Задача 4. Един скакалец може да прави скокове по права линия или от 1 метър, или от 2 метра. По колко начина той може да достигне до цветче, което е на 4 метра от него?



A) 4 **B)** 5 **C)** 6

Задача 5. Броят на врабчетата на всяка елхичка е колкото броя на елхичките. Общо врабчетата са 121. Елхичките са:

A) 9 **B)** 10 **C)** 11

Задача 6. Ако сборът на четири различни едноцифрени числа е 30, тогава най-малкото сред тях е:

A) 5 **B)** 6 **C)** 7

Задача 7. Заек тежи 12 *кг*, застанал на четирите си лапички. Колко килограма ще тежи заекът, ако се изправи на двете си лапички?

А) 3 **В)** 4 **С)** друг отговор

Задача 8. Иван си намислил число. Към него прибавил 5. След това разделил получения сбор на 3, умножил частното с 4, извадил от полученото произведение 8 и получил намисленото число. Кое число си е намислил Иван?

А) 1 **В)** 4 **С)** 7

Задача 9. Вместо звездичките поставете различни цифри, така че да се получи вярно равенство: $8 * - 63 = 8\,.*$

Колко е сборът на тези цифри?

А) 12 **В)** 11 **С)** 10

Задача 10. В нашия клас сме 26 ученици. Наредихме се в редица по права линия. Първи в редицата застанах аз. На 1 метър от мен застана втори ученик, на 1 метър от него застана трети и т. н. Колко метра е разстоянието между 10-ия ученик и 26-ия ученик от тази редица?

А) 14 **В)** 15 **С)** 16

Задача 11. Написах 3 числа, първото от които е 81, а всяко следващо е 9 пъти по-малко от предходното. Колко е сборът на тези числа?

Задача 12. Числата 2, 3, 4 и 6 са записани върху две листчета. Произведението на числата от едното листче е равно на произведението на числата от другото листче. Кое е числото, което е записано върху листчето, на което е записано числото 4?

Задача 13. Кое е числото, което трябва да поставим вместо буквата А в магическия квадрат?

А	8	3
	7	

Задача 14. В една кутия има 30 молива от 3 различни цвята – 10 сини, 10 червени и 10 зелени. Колко моливи най-малко трябва да се вземат, без да гледаме какъв цвят вземаме, за да е сигурно, че са взети моливи от три различни цвята?

Задача 15. Колко трицифрени числа, различни от 202, можем да получим от числото 202, като разместим цифрите му по произволен начин?

Задача 16. Четирима ученици имат общо 12 балона и всеки има различен брой балони. Колко балона може да има ученикът с най-голям брой балони?

Задача 17. Колко най-малко са поредните дни, сред които има само два вторника?

Задача 18. Кое число трябва да поставим в $\square$, за да е вярно, че:

$$\square - 2\,.\,2 = 2\,.\,2 - 2?$$

Задача 19. Сборът на няколко числа е 8. Колко най-много може да е произведението на тези числа?

Задача 20. Колко двуцифрени числа можем да съставим с картите?

$\boxed{2}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$

<u>3 КЛАС</u>

Задача 1. За да се получи вярно равенство, в записа 47 + 49 = 88 е променена цифрата на единиците на едно от числата 47, 49 и 88. Колко такива промени могат да се направят?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

Задача 2. От колко трицифрени числа можем да извадим число по-малко от 3, за да получим двуцифрено число?

A) 1 **B)** 2 **C)** повече от 2

Задача 3. Аз решавам по 8 задачи на ден, а брат ми – 2 пъти по-малко от мен. За колко дни ще решим общо 72 задачи?

A) 9 **B)** 8 **C)** 6

Задача 4. Колко цифри най-малко трябва да изтрием в израза

$$8 . 9 . 10 . 11,$$

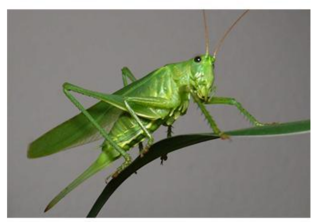
така че да получим възможно най-малкото произведение?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

Задача 5. Трябва да разделим 3 еднакви шоколада, всеки съставен от по 28 парченца, поравно между 4 деца. По колко парченца шоколад ще получи всяко от тези деца?

A) 7 **B)** 21 **C)** 12

Задача 6. Един скакалец прави скокове по права линия или от 1 метър, или от 2 метра. По колко начина той може да достигне до цветче, което е на 5 метра от него?



A) 3 **B)** 6 **C)** 8

Задача 7. Точно едно от участващите в израза

$$6 : 2 + 4 . 1 - 9 : 3$$

числа заменете с друго число така, че първоначалната стойност на израза да се увеличи с 1. Колко е броят на числата в израза, които не е възможно да се заменят, за да се изпълни условието?

A) 9 **B)** 6 **C)** 3

Задача 8. Неизвестното събираемо @ в равенството 35 *см* = @ *дм* + 25 *см* е:

A) 10 **B)** 100 **C)** 1

Задача 9. В един клас има 20 ученици. За едно празненство всяко от момчетата донесло по 3 балона, а всяко едно от момичетата – по 4 балона. Общо балоните станали 65. Колко са момичетата в този клас?

A) 15 **B)** 10 **C)** 5

Задача 10. В израза $2 \,.\, 2 + 2 \,.\, 2 + 3$, поставете скоби, за да се получи най-голяма стойност. Тя е:

А) 45 **В)** 40 **С)** 30

Задача 11. Намерете x, ако $6 \,.\, x$ е число между 33 и 50, а $7 \,.\, x$ е число също между 33 и 50?

Задача 12. Ако делимото е 3 пъти по-голямо от делителя, а делителят е 2 пъти по-голям от частното, кое е делимото?

Задача 13. В кошница има ябълки. Техният брой е по-малък от 30. Тези ябълки можем да разделим поравно между 2, 3 или 4 деца. Тези ябълки не можем да разделим поравно между 8 деца. Колко са ябълките в кошницата?

Задача 14. Числата от 1 до 18 са записани едно до друго:

123456789101112131415161718.

Зачеркнати са 24 цифри и се е получило най-голямото възможно число. Кое е то?

Задача 15. Дадени са пет числа: 1, 2, 4, 5 и 6. Колко числа най-малко трябва да изтрием, за да сме сигурни, че произведението на останалите може да се запише като произведение на два равни множителя?

Задача 16. Пресметнете $36 : 6 : 3 + 36 : (6 : 3) - 8 \,.\, 2$.

Задача 17. Колко е сборът на числата от 1 до 29, които могат да се представят като произведение на два равни множителя?

Задача 18. Отсечка AB е дълга 1 *км* и е разделена на 100 равни части чрез точки. Те са номерирани и точката A е първата точка, а точката B е последната. Точка C се намира на еднакво разстояние от точките с номер 11 и номер 23.

Колко метра е разстоянието от точка C до точка B?

Задача 19. Сборът на няколко числа е 10. Колко е най-голямото възможно произведение на тези събираеми?

Задача 20. Колко трицифрени числа можем да съставим с картите?

4 КЛАС

Задача 1. В израза $2017 - 345$, преместете една от цифрите, така че да получите най-голямата възможна разлика. Коя цифра трябва да преместим?

A) 7 **B)** 5 **C)** 4

Задача 2. Колко са всичките числа, които можем да поставим вместо *, така че да е вярно

$$* \ . \ 217 < 2017?$$

A) 8 **B)** 9 **C)** 10

Задача 3. На дъската е записано

$$19\,0**: \ 9 = \ 21*8.$$

На мястото на * има пропуснати цифри. Тези цифри са:

A) 6, 2, 1 **B)** 6, 2, 3 **C)** 7, 2, 1

Задача 4. В един клас има 26 ученици. Десет от учениците имат по-малко от четири бонбона, а 19 – повече от два бонбона. Колко ученици от този клас имат повече от три бонбона?

A) 16 **B)** 9 **C)** 7

Задача 5. Сборът на 2017 десетици, 2017 стотици и 2017 единици е:

A) 223 887 **B)** 201 720 172 017 **C)** 2 017

Задача 6. На един голям лист са записани едно до друго последователно естествените числа от 1 нататък (1, 2, 3, 4, …). Ако са записани точно 2017 четни числа кое е последното най-голямо записано число, ако записаните числа са възможно най-много?

A) 2017 **B)** 4034 **C)** друг отговор

Задача 7. В квадратчетата

$$\square\square\square . \square$$

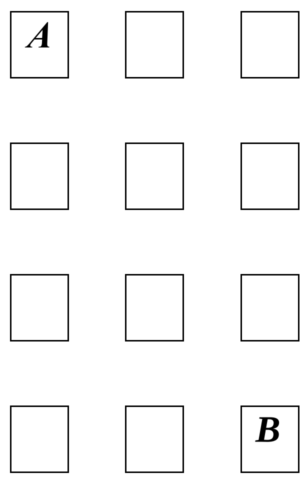
поставете 4 различни цифри така, че след пресмятането да получим възможно най-голямото произведение. Колко са десетиците в това произведение?

A) 780 **B)** 788 **C)** 987

Задача 8. Двама приятели играят на следната игра: от кутия с 15 бонбона те един след друг за един ход изяждат 1, 2 или 3 бонбона. Печели този, който изяде последния бонбон. Колко бонбона трябва да изяде първият играч при първия си ход, за да си осигури възможност за победа в играта при каквито и да е ходове на втория играч?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3

Задача 9. По колко начина можем да достигнем от *A* до *B*, ако се движим по квадратчетата само надолу и надясно?



A) 10 **B)** 12 **C)** 14

Задача 10. Разполагаме с 6 топчета – 3 сини, 2 червени и 1 бяло. По колко начина можем да поставим тези топчета в две кутии, ако едната от тях може да побере не повече от 2, а другата – не повече от 5 топчета?

A) 8 **B)** 9 **C)** 10

Задача 11. Ако за 5 празни бутилки от минерална вода можеш да получиш 1 пълна, тогава колко най-много пълни бутилки може да получиш за 625 празни бутилки?

(Замените могат да се извършват многократно.)

Задача 12. Пет последователни числа са такива, че петото число е 2 пъти по-голямо от първото. Кое е четвъртото число?

Задача 13. Числото 2353 разделили на 1261. Получения остатък разделили на 12. Полученото частно разделили на 6. Кое число е полученият остатък?

Задача 14. При събирането на няколко числа ученик допуснал от небрежност следните грешки: цифрата на единиците 7 на едно от числата той приел за 6, цифрата на стотиците 2 на едно от числата той приел за 1. Събрал числата и получил 2017. Кой е верният сбор?

Задача 15. Числата A, B и C са естествени числа, такива че

$$A + 68 = B - 51 = C + 66$$

и най-малкото от тях е 632. Да се пресметне $A + B + C$.

Задача 16. Кое е най-малкото естествено число, произведението на цифрите на което е

$$6 . 24 . 81?$$

Задача 17. Цифрата на единиците на едно петцифреното число е 6, а цифрата на единиците на едно шестцифрено число е 5. Коя е цифрата на единиците на разликата на тези две числа?

Задача 18. Алекс отбелязал точка X върху отсечката AB. Тя се оказала на разстояние 1 *дм* от точката A. Върху същата отсечка Борис отбелязал точка Y, която се оказала на разстояние 2 *дм* от точката B. Ако разстоянието между точките X и Y е 2 *см*, колко *см* е възможната дължина на отсечката AB?

Задача 19. Срещнали се 4 деца: Адам, Боби, Чарли и Даниел. Адам се ръкувал с 2 от тези деца, Боби – с 2, а Чарли – с 3. С колко деца е възможно да се е ръкувал Даниел?

Задача 20. Представете числото 11 като сбор на няколко естествени числа така, че тяхното произведение да е най-голямото възможно число.

5 КЛАС

Задача 1. След пресмятане на израза

$$2017 + 2018 – 2017 + 2016 – 2015 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1$$

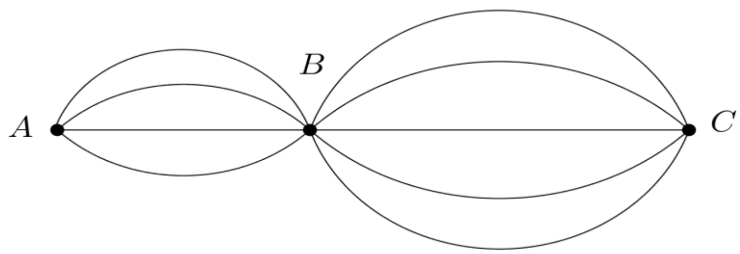
се получава числото:

A) 3 009 **B)** 4026 **C)** 4035 **D)** 3026

Задача 2. Колко от естествените числа от 1 до 111, се делят на 2, 5 или 7?

A) 56 **B)** 63 **C)** 70 **D)** 72

Задача 3 Градовете A и B са свързани с 4 пътя, а B и C са свързани с 5 пътя. Два пътя от A до B и един път от B до C минават през опасна гора. Каква част от всички маршрути от A до C минават през опасна гора?



A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{2}{9}$ **C)** $\frac{3}{5}$ **D)** $\frac{4}{5}$

Задача 4. Числото $\overline{2017a2017a}$ се състои от 10 цифри (0, 0, 1, 1, 2, 2, 7, 7 и 2 пъти цифрата $\boldsymbol{a}$) и се дели на и 3, и на 4. Коя е цифрата a?

A) 0 **B)** 4 **C)** 2 **D)** 8

Задача 5. Намерете естественото число x, ако

$$\frac{23}{15} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{x}}}$$

A) 1 **B)** 3 **C)** 5 **D)** 7

Задача 6. По течението на една река кораб изминава 50 километра за 1 час и 15 минути. Течението на реката е постоянно и е 1 километър в час. За колко часа корабът ще измине 95 километра срещу течението?

A) 1 **B)** 1,5 **C)** 2 **D)** 2,5

Задача 7. Намерете число x, ако

$$24 : x : 2 = 24 : (6 : 2).$$

A) 2 **B)** 1,5 **C)** 1 **D)** друг отговор

Задача 8. В редица са наредени 100 монети по 1 евроцент. След това всяка 2-ра монета заменяме с 2 евроцента, след това всяка 5-та монета с 5 евроцента, всяка 10-та монета – с 10 евроцента, всяка 20-та – с 20 евроцента и накрая – всяка 50-та – с 50 евроцента. Колко евроцента общо има в получената редица от монети?

A) 390 **B)** 400 **C)** 410 **D)** 420

Задача 9. С два правоъгълника – единият с дължина 5 *см* и широчина 4 *см*, а другият с лице 24 *кв. см* е образуван друг правоъгълник, със страни, които се изразяват с цели числа сантиметри. Колко сантиметра е обиколката на образувания правоъгълник?

A) 30 **B)** 24 **C)** 28 **D)** 20

Задача 10. Адам има 60 топчета – сини, червени, бели и жълти. Сините топчета са с 1 повече от червените, червените са с 5 повече от белите, а белите са с 3 повече от жълтите. Колко са сините топчета?

A) 13 **B**) 19 **C**) 15 **D**) 16

Задача 11. Ако естествените числа N и $N + 1$ имат точно по 2 делителя естествени числа, колко е броят на естествените числа, които са делители на числото $N + 10$?

Задача 12. Петър си купил две книги. Първата от тях е с 60 % по-скъпа от втората. С колко процента втората книга е по-евтина от първата?

Задача 13. Пресметнете

$$\frac{2019 \times 2018 - 2016}{2019 + 2016 \times 1009}.$$

Задача 14. Дребосъчето и Карлсон закусили с кифлички. Карлсон изял третината от всички кифлички и още 2 кифлички, а Дребосъчето изяло третината от всички кифлички и последните 3 кифлички. Колко кифлички е изял Карлсон?

Задача 15. Естественото число A при делението на 111 дава остатък 37. Колко е остатъкът при делението на A на 37?

Задача 16. Само с цифрите 1, 2, 3 и 4, всяка използвана по 1 път, са записани всички десетични дроби по-големи от 1,432 и по-малки от 4,123. Те са подредени по големина отляво надясно. Коя е 7-та дроб отляво надясно?

Задача 17. Двама приятели играят на следната игра: от кутия с 27 топчета те един след друг за един ход вземат по 1, 2, 3, 4, 5 или 6 топчета. Печели този, който вземе последното топче. Колко топчета трябва да вземе първият играч при първия си ход, за да си осигури възможност за победа в играта при правилни ходове, независимо от това какви ходове прави втория играч?

Задача 18. Пресметнете

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{5}\right) \times \left(1 + \frac{1}{7}\right).$$

Задача 19. При събирането на две числа 2017 и простото число $\overline{ab}$ Алис разменила цифрите на двуцифреното събираемо – вместо $\overline{ab}$ тя написала числото $\overline{ba}$, което също се оказало просто число. След пресмятането Алис е получила по-голям сбор от действителния с 54. Какъв сбор е трябвало да получи Алис?

Задача 20. Кое е числото в средата?

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots, 47, 53, 59$$

6 КЛАС

Задача 1. Сборът на всички цели числа x, за които е изпълнено $-5 \leq x < 4$, е:

A) -15 **B)** -9 **C)** 0 **D)** 9

Задача 2. Произведението на две различни прости числа е едноцифрено число. Тогава остатъкът от делението на това произведение на 5 е:

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 3. От колко цифри е най-малкото естествено число със сбор на цифрите 2017?

A) 223 **B)** 224 **C)** 225 **D)** 226

Задача 4. Най-много колко е Z, ако X и Y са различни числа от множеството

$\{-3;\ -2;\ -5;\ -7\}$ и $(-5) \xrightarrow{+X} \square \xrightarrow{\times Y} Z$?

A) 60 **B)** 70 **C)** 80 **D)** 90

Задача 5. Кой е най-големият общ делител на числата

$$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \text{ и } 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7?$$

A) 360 **B)** 420 **C)** 720 **D)** 840

Задача 6. Влак се движи със скорост 0,8 *km*/*min*. Ако увеличи скоростта си с 5 *m*/*sek*, тогава влакът ще се движи със скорост

A) 48 *km*/*h* **B)** 54 *km*/*h* **C)** 66 *km*/*h* **D)** 80 *km*/*h*

Задача 7. На колко нули завършва числото равно на $(2 \times 10^2)^3 \times (25 \times 10^4)^3$?

A) 18 **B)** 21 **C)** 24 **D)** 22

Задача 8. Нека *A* (-1; 1) и *B* (5; 1). Отсечката *AB* не е равна на отсечката *AC*, ако:

A) *C* (-1; - 5) **B)** *C* (-1; 7) **C)** *C* (- 7; 1) **D)** *C* (-1; 5)

Задача 9. Към 180 грама смес от мляко и какао в отношение 2 : 4 прибавих 100 грама смес от мляко и какао в отношение 4 : 1. В какво отношение са млякото и какаото в получената смес?

A) 6 : 5 **B)** 1 : 1 **C)** 5 : 6 **D)** 2 : 3

Задача 10. Сборът на 4 естествени числа е 12. Кое твърдение е винаги вярно?

A) Сред числата е числото 4.

B) Сред числата е числото 5.

C) Едно от числата е по-голямо от 3.

D) Едно от числата е по-малко от 4.

Задача 11. Ако

$$A = \frac{20 \times x}{6 \times x \; + \; |x|}$$

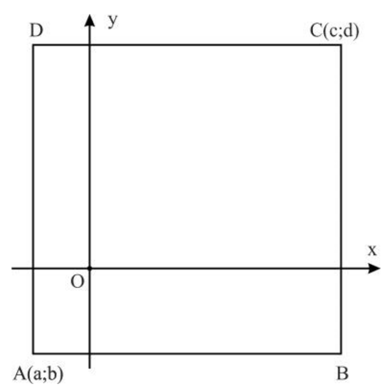
определете най-голямата цяла стойност на x, за която изразът A има най-голяма стойност.

Задача 12. Коя е несъкратимата дроб, която е с толкова по-голяма от $\left(-\frac{5}{8}\right)$, с колкото е по-малка от $\frac{1}{3}$?

Задача 13. Разполагаме с 11 предмета с различно тегло - от 1 грам, 2 грама, 3 грама, ..., 10 грама и 11 грама. Пет от тях са оцветени в жълто, пет – в синьо и един – в червено. Жълтите предмети са с 29 грама по-тежки от сините. Колко тежат всички жълти предмети?

Задача 14. В правоъгълна координатна система *Oxy* е построен квадратът *ABCD* със страни, успоредни на координатните оси. Върховете $A(a;\ b)$ и $C(c;\ d)$ имат целочислени координати и са съответно в III и I квадрант.

Ако $a \times c = -8$ и $b \times d = -9$, колко е страната на квадрата?



Задача 15. Четирите най-малки сборове на всеки две от четири числа са:

(- 7), (- 3), (- 2) и 1. Кои са другите два сбора?

Задача 16. Колко е x, ако $((0{,}1^2)^4)^{4x} = 0{,}\underbrace{00\ldots0}_{31}1$?

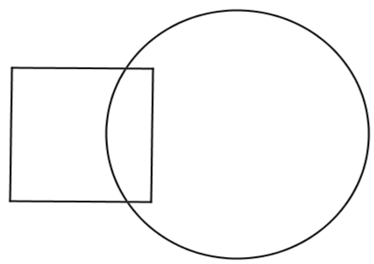
Задача 17. Написани са 500 поредни числа и са използвани 2017 цифри. Кое е най-голямото сред тези числа?

Задача 18. За колко цели числа *k* дробта

$$\frac{8+3\times k^5}{k^2}$$

е естествено число?

Задача 19. Квадрат и кръг имат обща част. Лицето на квадрата и лицето на кръга са съответно 40 % и 65 % от лицето на образуваната фигура. Колко процента от лицето на образуваната фигура е лицето на общата част?



Задача 20. Намерете най-големия възможен сбор $a + b$, ако една от дробите

$$\frac{\overline{2a017}}{9} \text{ или } \frac{\overline{2017b}}{25}$$

е цяло число.

<u>7 КЛАС</u>

Задача 1. $\underbrace{(-(+(-(+\cdots+(}_{101}-2\underbrace{)\ldots)))}_{101} - \underbrace{(+(-(+\cdots+(}_{102}-1\underbrace{)\ldots)))}_{102} =$

A) -3 **B)** -1 **C)** 1 **D)** 3

Задача 2. Четири прави имат общо *n* пресечни точки ($n \neq 0$), като през една пресечна точка могат да минават повече от две прави.

Колко различни стойности може да приема *n*?

A) 6 **B)** 5 **C)** 4 **D)** 3

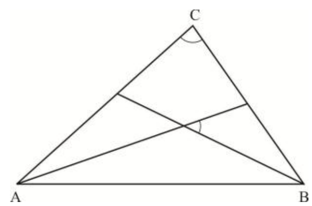
Задача 3. Колко от решенията на уравнението $(x-1)\times(x^2-x-2)=0$ са решения и на неравенството $|x|>2$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

Задача 4. Ако $\overline{abc}$ е трицифрено число, а x е цяло число, такова че $x^4 = \overline{abc}$, пресметнете най-малката стойност на $\overline{abc} + x$.

A) 110 **B)** 210 **C)** 252 **D)** 260

Задача 5. В ΔABC острият ъгъл между ъглополовящите на $\sphericalangle CAB$ и $\sphericalangle ABC$ е равен на $\sphericalangle ACB$. Тогава $\sphericalangle CAB + \sphericalangle ABC =$



A) 90° **B)** 120° **C)** 150° **D)** 60°

Задача 6. Даден е триъгълник и N различни точки във вътрешността му. Той е разрязан на 17 триъгълници, всеки от върховете на които е или връх на дадения триъгълник, или е някоя от дадените N точки. Пресметнете N.

A) 5 **B)** 6 **C)** 7 **D)** друг отговор

Задача 7. Ако

$$(x-1)^3 + (x-1)^2 + x - 1 = x^3 + a \times x^2 + b \times x + c$$

е тъждество, пресметнете $a \times b \times c$.

A) - 4 **B)** 4 **C)** - 6 **D)** - 8

Задача 8. В израза $12 \times 13 + 14$ преместили една цифра и след пресмятането на получения израз получили най-голямото възможно число. Кое е то?

A) 342 733 **B)** 34 473 **C)** 5357 **D)** 4957

Задача 9. Колко цели числа са решения на точно три от неравенствата?

$$x - \frac{x-1}{2} < 1;\ x - \frac{x-1}{2} < 2;\ x - \frac{x-1}{2} < 3;\ x - \frac{x-1}{2} < 4$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** повече от 3

Задача 10. Коя е цифрата на единиците на най-голямото петцифрено число N, такова че и числото $7 \times N$ се записва с 5 цифри?

A) 8 **B)** 7 **C)** 6 **D)** 5

Задача 11. Дадени са 5 числа: -1, -5, 6, 10 и 15. Колко от тях можем да премахнем, така че средноаритметичното на останалите числа да е колкото средноаритметичното на дадените?

Задача 12. Дължините на страните на два квадрата, измерени в сантиметри, са цели числа. Техните лица, изразени в квадратни сантиметри, са съответно $k - 10$ и $k + 11$. Пресметнете k.

Задача 13. Страните и височините на успоредник са 6 cm, 8 cm, 9 cm и 12 cm. Колко cm е обиколката на успоредника?

Задача 14. Първата от три книжки има 55 страници по-малко, отколкото сбора на страниците на другите две. Втората има 65 страници по-малко, отколкото сбора на страниците на другите две. Колко страници има третата книга?

Задача 15. Колко е сбора на цифрите на числото, равно на $10^N - 10^2 + 1$, ако N е естествено число?

Задача 16. Пресметнете x, ако

$$99 \times (10^{12} + 10^{10} + 10^8 + 10^6 + 10^4 + 101) + 1 = 10^x.$$

Задача 17. Обколката на правилния шестоъгълник $XYZTPL$ е 18 cm (и ъглите, и страните му са равни). Точката A е пресечна точка на правите XY и PL, B – на правите XY и TZ, C – на правите ZT и PL. Колко cm е обиколката на триъгълник ABC?

Задача 18. На дъската са записани естествените числа от 1 до 20 включително. Учениците в класа играят на следната игра: един ученик излиза на дъската, изтрива две от числата и на тяхно място записва сбора им, намален с 1. След това излиза втори ученик и прави същото с останалите числа на дъската. После излиза трети ученик и т.н. Играта продължава, докато на дъската остане едно число. Кое е числото, което е останало на дъската?

Задача 19. Към 180 грама смес от мляко и какао в отношение 1 : 2 прибавих 100 грама смес от мляко и какао в отношение 4 : 1. В какво отношение са млякото и какаото в получената смес?

Задача 20. Четирите най-малки сборове на всеки две от четири числа са: (- 7), (- 3), (- 2) и 1. Кои са другите два сбора?

8 КЛАС

Задача 1. Кое е най-малкото положително число измежду числата?

A) $9-4\sqrt{5}$ **B)** $4\sqrt{5}-9$ **C)** $7-5\sqrt{2}$ **D)** 1

Задача 2. Броят на решенията на уравнението $|-x^3+4x|=-x^2$ е:

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** повече от 2

Задача 3. Нека в един триъгълник две от страните са 4 cm и 6 cm и медианата към третата страна е с дължина $\boldsymbol{m}$ cm . Тогава винаги е вярно, че:

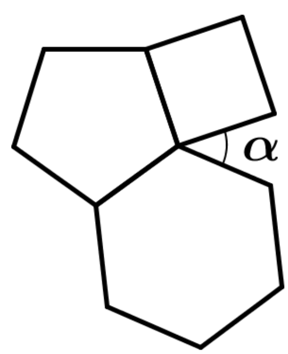
A) $0<m<4$ **B)** $0<m<6$ **C)** $1<m<5$ **D)** $1<m<10$

Задача 4. Най-близкото число до 2017, което изразява броя на диагоналите на многоъгълник, е:

A) 2014 **B)** 2015 **C)** 2016 **D)** 2017

Задача 5. На чертежа квадратът, правилният петоъгълник и правилният шестоъгълник имат общ връх. Колко е α?

A) 30^0 **B)** 36^0 **C)** 42^0 **D)** 45^0



Задача 6. За колко цели стойности на параметъра a уравнението

$$a^2x^2 - 2x + 1 = 0$$

се удовлетворява само за едно число x?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** повече от 2

Задача 7. Ако спрямо координатна система са зададени точките A (-3; 1) и B (5; 7), определете ординатата на точката M, която е среда на отсечката AB.

A) 4 **B)** 2 **C)** – 2 **D)** -4

Задача 8. Колко са правилните несъкратими дроби, на които числителят и знаменателят са естествени числа със сбор 111?

A) 55 **B)** 36 **C)** 37 **D)** 42

Задача 9. Най-голямото цяло число, което не е по-голямо от

$$\sqrt{12+\sqrt{12+\sqrt{12+\cdots\sqrt{12}}}},$$

е:

A) 1 **B**) 2 **C)** 3 **D)** 4

Задача 10. Да се пресметне лицето на фигурата, която е заградена от графиката на функцията $y = |2x - 3|$ и координатните оси.

A) 9 **B)** 4,5 **C)** 2,25 **D)** 2

Задача 11. Намерете последната цифра на разликата

$$2015^{2016} - 2016^{2017}.$$

Задача 12. Ако $\sqrt{4y^2 - 4y + 1} = 1 - 2y$, пресметнете $\sqrt{y^2 - 4y + 4} + 4 + y$.

Задача 13. Колко са триъгълниците, на които и трите върха са сред дадените 6 точки?

X● Y● Z●

A● B● C●

(*Точките A, B и C лежат на една права; точките X, Y и Z също лежат на една права.*)

Задача 14. За коя цяла стойност на параметъра a уравненията

$$x^4 + ax^2 + 1 = 0 \text{ и } x^3 + ax + 1 = 0$$

имат общ корен?

Задача 15. Дадени са 5 числа: -1, -5, 6, 10 и 15. Колко от тях можем да премахнем, така че средноаритметичното на останалите числа да е колкото средноаритметичното на дадените?

Задача 16. Дължините на страните на два квадрата, измерени в сантиметри, са цели числа. Техните лица, изразени в квадратни сантиметри, са съответно $k - 10$ и $k + 11$. Пресметнете k **.**

Задача 17. Колко са двуцифрените числа, които могат да бъдат стойности на дискриминантата на квадратно уравнение с цели кооефициенти?

Задача 18. Намерете най-големия възможен сбор на двуцифрените числа a и b, ако поне един от изразите $\sqrt{a+64}$ или $\sqrt{b+36}$ е цяло число.

Задача 19. В едно шахматно състезание били изиграни общо 37 партии. Трима от участниците изиграли общо 9 партии и напуснали състезанието. Намерете броя на участниците в това състезаниие.

Задача 20. Ако двуцифреното число $\overline{ab}$ е просто, кои са едноцфрените естествени числа, които са делители на числото $\overline{ababab}$?

9 - 12 КЛАС

Задача 1. Броят на целите отрицателните числа, които са решения на неравенството

$$(x+2)^5 \times\ (x+6)^6 \times (x-3)^7 \leq 0, \text{ е:}$$

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Задача 2. Кое от уравненията има два отрицателни корена?

A) $(x+2) \times \sqrt{x+1} = 0$

B) $x^2 + 2x - 7 = 0$

C) $x^2 + 2x + 7 = 0$

D) $(x+1) \times \sqrt{x+3} = 0$

Задача 3. Катетите AC и BC на правоъгълния триъгълник ABC са равни на **3** и **4**. Ако CL е ъглополовяща на правия ъгъл ($L \in AB$), тогава сборът от разстоянията от точката L до катетите AC и BC, е:

A) $\mathbf{\frac{12}{7}}$ **B)** $\mathbf{\frac{24}{7}}$ **C)** $\mathbf{\frac{6}{7}}$ **D)** $\mathbf{\frac{6}{14}}$

Задача 4. Нека B и C са цели числа, а числото $\sqrt{2} - 1$ е корен на уравнението $x^4 + Bx^2 + C = 0$. Тогава $B - C\ =$

A) -5 **B)** - 6 **C)** - 7 **D)** 6

Задача 5. Колко е цялата част на числото равно на

$$\sqrt[3]{(-6) + \sqrt[3]{(-6) + \sqrt[3]{(-6) + \cdots + \sqrt[3]{-6}}}}\ ?$$

(Цяла част на числото x се нарича най-голямото цяло число, което не е по-голямо от x.**)**

A) - 3 **B)** - 2 **C)** - 1 **D)** - 4

Задача 6. Колко са точките (x, y), чиито координати са цели неотрицателни числа, и

$$\sqrt{2}x + y - 2 < 0?$$

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** повече от 5

Задача 7. Сборът на пет неотрицателни числа е 1. Коя е най-голямата стойност на сбора от абсолютните стойности на разликите на всеки две от тези пет числа?

A) 3 **B)** 4 **C)** 5 **D)** повече от 5

Задача 8. Окръжността е разделена на 30 равни дъги с 30 точки. Колко са правоъгълните триъгълници с върхове 3 от дадените 30 точки?

A) 840 **B)** 420 **C)** 320 **D)** друг отговор

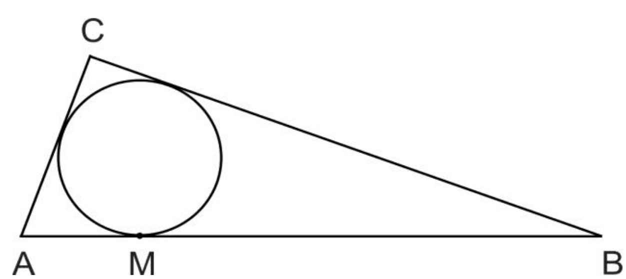
Задача 9. За колко цели стойности на параметъра a уравнението

$$(a^2 - 9)x^2 - 8x + 1 = 0$$

се удовлетворява само за едно число x?

A) 1 **B)** 2 **C)** 3 **D)** 4

Задача 10. Вписаната в правоъгълния триъгълник ABC окръжност има радиус 6 cm и се допира до хипотенузата AB в точката M. Ако $AB = 29\ cm$, пресметнете $|AM - BM|$.



A) $1\ cm$ **B)** $2\ cm$ **C)** $3\ cm$ **D)** $4\ cm$

Задача 11. Във всяка от 10 торбички има по 10 еднакви монети, но в едната те са фалшиви. Всяка от фалшивите монети е с тегло 9 грама, а всяка от истинските - с тегло 10 грама. Торбичките са номерирани с числата от 1 до 10. От всяка от торбичките вземаме толкова монети, колкото е номерът й. Теглото се оказва 543 грама. Кой е номерът на торбичката с фалшивите монети?

Задача 12. Пет момичета и N момчета брали гъби. Всеки набрал по равен брой гъби. Общо набрали $2N^2 + 9N + 2$ гъби. Колко общо са набраните гъби?

Задача 13. Ако $\sqrt{4y^2 - 4y + 1} = 1 - 2y$, пресметнете $\sqrt{y^2 - 4y + 4} + 4 + y$.

Задача 14. За коя цяла стойност на параметъра a уравненията

$$x^4 + ax^2 + 1 = 0 \text{ и } x^3 + ax + 1 = 0$$

имат общ корен?

Задача 15. Дадени са 5 числа: -1, -5, 6, 10 и 15. Колко от тях можем да премахнем, така че средноаритметичното на останалите числа да е колкото средноаритметичното на дадените?

Задача 16. Колко е сборът на простите числа p, q и r, ако

$$r = 7p^2 + 2pq^2 - 7qp - 2q^3?$$

Задача 17. Квадратното уравнение $x^2 + ax + b = 0$, където a и b са параметри, има реални корени α и β. Ако $\alpha^2 + \beta^2 + a + \frac{1}{2} = 0$, да се пресметне b.

Задача 18. Квадрат е разделен на 9 квадрата. Във всеки от тях има по една мида. Ако преместим всяка от мидите в съседно квадратче, колко квадратчета със сигурност ще останат празни? (*Две квадратчета са съседни, ако имат обща страна*.)

Задача 19. Кое е естественото число N, ако броят на естествените числа, които са делители на числото $3^N \times 6^3$, е 20?

Задача 20. Колко са решенията на уравнението

$$\frac{(x-\sqrt{2}) \times (x-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-1) \times (\sqrt{3}-1)} - \frac{(x-1) \times (x-\sqrt{3})}{(1-\sqrt{2}) \times (\sqrt{2}-\sqrt{3})} + \frac{(x-\sqrt{2}) \times (x-1)}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \times (\sqrt{3}-1)} = 1?$$