„МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ 2013“ - ключове
21- 27.10. 2013 г.

клас/задача	**2 клас**	**3 клас**	**4 клас**	**5 клас**	**6 клас**	**7 клас**	**8 клас**
1	Б	Б	Б	В	В	А	Б
2	В	Б	А	В	В	Б	Б
3	В	В	А	Г	А	В	Б
4	Б	В	В	А	Б	Г	Б
5	А	В	В	А	Г	Г	Г
6	Б	Б	В	Б	Г	А	Б
7	Б	В	В	В	А	Г	Б
8	А	В	Б	Б	В	Г	А
9	А	В	А	Б	В	А	Г
10	А	Б	Б	Б	А	Г	Г
11	В	В	Б	В	А	В	В
12	Б	В	А	В	Г	В	Г
13	В	В	Б	Г	Г	А	Г
14	В	Б	А	В	В	Г	В
15	В	А	Б	Б	Б	Б	В
16	13	9	6111	6	294	5	72
17	4	1	16	1 или 3	36	37,5	12
18	100 (10+90)	68	0	11	4 (7)	4	4028
19	30	18	53	6	3 и 6	1	5
20	24	3	10	8	5	1	22

“МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ” - есен 2013 г.

ОТГОВОРИ

ВТОРИ КЛАС

Задача 1. Отговор: Б) 11. Задача 2. Отговор: В) 3 дм.

Задача 3. Отговор: В) 20 >19.

Задача 4. Решение: От 56>50, 56>51, 56>52, 56>53, 56>54, 56>55, получаваме че всичките възможности са 6. **Отговор:** Б) 6.

Задача 5. Отговор: А) 0. **Задача 6. Отговор: Б**) 11.

Задача 7. Решение: Записът 74-2>61 е верен, защото 72>61. Записът 38+1>33+5 е верен, защото 39>38. Записът 22-5 >10+7 не е верен, защото 17=17. Броят на верните записи е 2. **Отговор:** Б) 2.

Задача 8. Кацнали са още толкова, т.е. още 6 врабчета. **Отговор:** А) 6.

Задача 9. Решение: Числата са 11, 10. Сборът на тези числа е 21.**Отговор:** А) 21.

Задача 10. Решение: Равенства са 21-2=19 и 13+7=20. Изтрите числа са 2 и 7. По-голямото от тях е 7. **Отговор:** А) 7.

Задача 11. Решение: От 80-40=40 и посочените отговори- отговор „В) число по-малко от 50“ е верен. **Отговор:** В) число по-малко от 50.

Задача 12. Решение: Розите са 23-8=15. Цветята са общо 23+15=38. **Отговор:** Б) 38.

Задача 13. **Решение:** 43-8=35. Другото събираемо е 35. **Отговор:** В) 35.

Задача 14. Решение: Числата са 8 и 43-8=35. Разликата им е 35-8=27. **Отговор:** В) 27.

Задача 15. Решение: От условието на задачата следва, че 8 купи са останали непокътнати, а се появява една купа от събраните 4. От 8+1=9, следва че купите са станали 9 на брой. **Отговор:** В) 9.

Задача 16. Решение: На представление са били 7-2=5 момичета, 9-1=8 момчета. Общо на представлението са били 13 момичета и момчета. **Отговор:** 13.

Задача 17. Решение: Наблюдава се следната закономерност – две 1, три 2, четири 3... следват пет 4. **Отговор:** 4.

Задача 18. Решение: Двуцифрените и едноцифрените числа са числата от 1 до 99. Но едноцифрено е и числото 0. Тогава едноцифрените и двуцифрените числа са общо 100. **Отговор:** 100.

Задача 19. Решение. От числата от вида 3х са 30, 31, 32,33,34,35,36,37, 38 и 39. Най-малкото сред тях е 30. **Отговор:** 30.

Задача 20. Решение: Преди 2 години сборът е 30, а преди 5 е с 6 по-малък, т.е. 30-6=24. **Отговор: 24.**

ТРЕТИ КЛАС

Задача 1. Решение: Това са числата 124, 125 и 126 и техният брой е 3. **Отговор:** Б) 3.

Задача 2. Решение: 98+3=101. **Отговор: Б**) 98.

Задача 3. Отговор: В) 211 >112.

Задача 4. Решение: Възможностите са 8- цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7. Наистина:
980> 900; 980> 910; 980> 920; 980> 930; 980> 940; 980> 950, 980> 960 и 980> 970.

Отговор: В) 8.

Задача 5. Отговор: В) 229. **Задача 6. Отговор:** Б) 3 см.

Задача 7. Решение: Трицифрените числа преди 104 са 100, 101,102 и 103. Броят им е 4.

Отговор: В) 4.

Задача 8. Решение: Това са числата 0, 1, 2 и 3, защото 0·0, 1·1, 2·2 и 3·3 са едноцифрени числа. **Отговор:** В) повече от 3.

Задача 9. Решение: 37+30=68. Възможните замени са следните: 3**8**+30=68; 37+3**1**=68 и 37+30=6**7**, т.е. три замени. **Отговор:** В) 3.

Задача 10. Решение: Правим проверка като за всеки отговор от посочените събираеми търсим сбора. Верните събираеми са посочени в отговор „**Б)** 14 и 21“. **Отговор: Б) 14 и 21.**

Задача 11. Решение: Пресмятаме всяка от разликите. Получаваме, че те са съответно 10, 10 и 20. Най-голямата от получените разлики е 20. **Отговор:** В) 40-20.

Задача 12. Решение: @= 35 см -25 см=10 см= 1 дм. **Отговор:** В) 1.

Задача 13. **Решение:** От 900-799=101, получаваме че (900-799)- 98=101- 98=3.

Отговор: В) 3.

Задача 14. Решение: От четирите купи сено се прави една, което означава че купите намаляват само с 3.Те са вече 43-3=40. **Отговор:** Б) 40 .

Задача 15. Решение: Сборът на трите най-малки числа 0, 1 и 2 е 3. **Отговор:** А) 3.

Задача 16. Решение: От 0=1.0=2.0=3.0=4.0=5.0=6.0=7.0=8.0=9.0, получаваме че двуцифрените числа с произведение на цифрите 0 са 9. Това са 10,20,30,40,50,60,70,80 и 90. **Отговор:** 9.

Задача 17. Решение: Обиколката на квадрата е 25 см +25 см +25 см +25 см=100 см.
Това са 100 см = 10 дециметра = 1 м. **Отговор:** 1 м.

Задача 18. Решение: Закономерността е – всяко число след третото се получава като съберем предходните три. Тогава следващото число е равно на сбора на числата 11, 20 и 37, т.е. 68. **Отговор: 68**.

Андрей Огнянов Христов (3-ти клас, 90-то СОУ "Хосе де Сан Мартин") решава задачата така:
В редицата 1, 2, 3, 6, 11, 20, 37 от всеки член след втория вадим предходните два (от третия вадим първия и втория, от четвъртия вадим втория и третия и т.н.).
Така стигаме до редицата 0, 1, 2, 3, 6.

В нея всеки член след третия се образува от сбора на всички предходни, т.е. следващият член е 12.

Така връщайки се в основната редица получаваме 20+37+12=69.

Радослав Славов (3 клас, ЧСОУ „Св. София") решава задачата така:

6= 3.2–0;

11=6.2 –1;

20=11.2 – 2;

37=20.2 -3;

70=37.2-4.

Неговият отговор е 70.

Уникални решения!

Задача 19. Решение: Двуцифрените и едноцифрените числа, които са по-малки от 87 и в тях има осмици са: 88,87, 86,85,84,83,82,81,80, 78,68,58,48,38,28,18,8. Осмиците, които са използвани са 18. **Отговор:** 18.

Задача 20. Решение: От 26=9+9+8 получаваме, че числата ще се записват с цифрите 9,9 и 8. Тогава числата са 998, 989, 899**. Отговор: 3.**

ЧЕТВЪРТИ КЛАС

Задача 1. Отговор: Б) стотиците. **Задача 2. Отговор:** А) 134 хиляди.

Задача 3. Решение: Най-малкото петцифрено число, записано с различни цифри, е 10234. Цифрата записана в реда на хилядите е **0**. **Отговор:** А) 0.

Задача 4. Отговор: В) 110 099. **Задача 5. Отговор:** В) 808 088 008.

Задача 6. Решение: 9999-1001 = 8 998. **Отговор:** В) 8 998.

Задача 7. Отговор: В) 3.

Задача 8. Решение: От 44 212 + 26 899 = 71 111, следва че сборът се записва с цифрата 1 и цифрата 7. **Отговор:** Б) 1 и 7.

Задача 9. Решение. Най-малкото петцифрено число е 10 000, а най-голямото четирицифрено число е 9 999. Техният сбор е 19 999. **Отговор:** А) 19 999.

Задача 10. Решение: От **умаляемо – 9999= 1,** получаваме че умаляемото е 1+9 999= 10 000. **Отговор:** Б) 10 000.

Задача 11. Решение: Ако преместим цифрата 1 и я поставим след числото 333 ще получим записа 3331-0=3331. Това е и възможно най-голямата разлика.**Отговор:** Б) 3331.

Задача 12. **Решение:** Всичките възможности са: 50= 10+10+10+10+10; 50= 10+ 20+20;
50= 10+10+10 +20. **Отговор:** А) 2 или 3.

Задача 13. Решение: Двуцифрените числа, които имат цифра на единиците 3 са 13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93. Всяко от числата 13, 23, 33, 43, 53, 63, умножено със 7, дава произведение по-малко от 500. Само 73.7=511>500, 83.7=581>500, 93.7=651>500.
Броят на числата е 3. **Отговор:** Б) 3.

Задача 14. Решение: Да проверим с дадените отговори. Ако гълъбите са 13, тогава зайците трябва да са 20-13=7. Тогава краката на гълъбите са 13.2=26, а краката на зайчетата са 7.4=28. Общо получаваме 54 крака. Тогава гълъбите са 13, а зайчетата са 7. **Отговор:** А) 7.

Задача 15. Решение: При деление на 2014 възможните остатъци са 0,1,2..., 2011, 2012 и 2013. Нечетните числа сред тях са 1007 - 1, 3, 5, …. , 2009, 2011 и 2013. **Отговор:** Б) 2014.

Задача 16. Решение: От 6=6.1.1.1, получаваме, че най –голямото трицифрено число с произведение на цифрите 6 е 6 111. **Отговор:** 6 111.

Задача 17. Решение: Двете групи ученици взаимно се допълват до целия клас. Следователно тяхното пресечно множество е 2, т.е. 2 ученика имат точно 3 бонбона. Останалите от групата ученици, които имат повече от 2 бонбона са 16. **Отговор: 16.**

Задача 18. Решение: Нека от дадените числа изберем делимо и делител. Всички възможности на избор на две числа сред дадените са:

1 и 2; 1 и 0;

2 и 2; 2 и 0; 2 и 1;

0 и 1; 0 и 2.

Ако делимото е 1, а делителят е 2, тогава частното е 0, остатъка е 1.

Ако делимото е 1, а делителят е 0, делението е невъзможно.

Ако делимото е 2, а делителят е 2, тогава частното е 1, остатъка е 0.

Ако делимото е 2, а делителят е 0, делението е невъзможно.

Ако делимото е 2, а делителят е 1, тогава частното е 2, остатъка е 0.

Ако делимото е 0, а делителят е 1, тогава частното е 0, остатъка е 0.

Ако делимото е 0, а делителят е 2, тогава частното е 0, остатъка е 0.

От всичките тези варианти само два отговорят на условието- да са използвани числата

1,2,2 и 0.

2:2=1+ ост.0; 2:1=2 + ост. 0.

Отговор: 0.

Задача 19. Решение: Двете момичета са получили общо 26 точки. Тогава Мартин е получил 26+1= 27 точки. Тогава Ани, Нели и Мартин са получили общо 26+27= 53 точки.

Отговор: 53.

Задача 20. Решение: Редицата съдържа две редуващи се редици – 2,4,6,8,... и 1,3,5,7... Следващото число е четното число 10. **Отговор:** 10.

ПЕТИ КЛАС

Задача 1. **Решение:** Първо умножаваме 11 и 10 и към полученото произведение прибавяме 989. Получаваме 989 + 110 = 1 099. **Отговор: В)** 1099.

Задача 2. Отговор: В) 3611.

Задача 3. Решение. Числата, които се получават са 252, 260, 264 и 225. Най-малкото число е 225. **Отговор:** Г) 9.25.

Задача 4. Решение: Единият от множителите е 100, произведението е 1000. Тогава другият множител е 1000:100 = 10. **Отговор: А)** 10.

Задача 5. Решение: Всичко следва от

100 = 10.10 = 8.10 + 1.20 = 6.10 + 2.20 = 4.10 + 3.20 = 2.10 + 4.20 = 5.20. **Отговор: А**) 6.

Задача 6. Решение: Разделяме числата в групи така:

(1,2,3), (4,5,6), (7,8,9), … , (991,992,993), (994,995,996), (997,998,999).

Във всяка група точно едно число се дели на 3. Броят на групите е 333. Отчитаме, че числото 100 не се дели на 3. **Отговор: Б)** 333.

Задача 7. Решение: След раздаването на топчета тримата са имали по 6 топчета, защото 18:3 = 6. Преди раздаването Стефан е имал 6-3 = 3 топчета, Петър е имал 6+3-2=7 топчета, а Иван 6+2=8 топчета.(3+7+8=18). **Отговор: В)** 3.

Задача 8. Решение: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26,27, 28, 29,32, 42, 52, 62, 72, 82,92 – 20 пъти. **Отговор: Б)** 20.

Задача 9. Решение: От 2 дм = 20 см следва, че сме отрязали лента от 20 см и остава лента дълга 100 см - 20 см = 80 см. **Отговор: Б)** 80 см.

Задача 10. Решение: Шест крави ще ядат два пъти по-бързо отколкото 3 крави. Тогава 6 крави ще изядат същата купа сено за 4:2 = 2 дни. **Отговор: Б)** 2.

Задача 11. Решение: Нека разгледаме делимо 24, делител 3. Частно 8. Намаляваме делимото 2 пъти и то става 12. Тогава частното е 12:3 = 4. Частното се намалява 2 пъти.

Отговор: В) намалява се 2 пъти.

Задача 12. Решение: 2 минути – 90 секунди = 120 секунди – 90 секунди = 30 секунди.

Отговор: В) 30 секунди.

Задача 13. Решение: 70:2 = 35; 35-2 = 33. **Отговор: Г)** 33.

Задача 14. Решение:

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200, … , 290, … 900, … , 990.

Числата които завършват на 0 са 99. Числата, които се делят на 5 са 5, 10,..., 995- общо 199. Сред тях са вече изброените 99 числа, които завършват на 0.От 999 – 199 = 800, следва че остават 800 числа. **Отговор: В)** 800 числа.

Задача 15. Решение: 2013 + 2012 – 2011 + 2010 – 2009 + … + 4 - 3 + 2 – 1 = 2013 + 1 + … + 1 = 2013 + 1006 = 3019. **Отговор: Б)** 3019.

Задача 16. Решение: От 303.3 = 909; 313.3 = 939; 323.3 = 969 и 333.3 = 999 и 343.3 = 1029 > 1000, следва че ако вместо @ поставим цифрите 4, 5, 6, 7, 8 и 9 ще получаваме произведение, което е по-голямо от 1000. Търсеният брой цифри е 6. **Отговор:** 6.

Задача 17. Решение: Сборът от цифрите на $22x5$ е $9 + x$. Изразът $9 + x$ се дели на 9, ако $x = 0$ или $x = 9$. Търсените числа са 2205 и 2295. Тогава от

2205:4 = 551 + ост. 1 и 2295:4 = 573 + ост. 3, получаваме, че остатъците от делението на тези числа на 4 са 1 или 3.

Отговор: 1 или 3.

Задача 18. Отговор: 11 долара.

Задача 19. Решение: 1 + 2 + 3 + … + 36 = 666. Тогава В = 6. **Отговор: 6**.

Задача 20. Решение: Да решим задачата отзад напред: В края се е получило 2, преди това е било числото 6, защото 2 + 4 = 6. Преди това е било 18, защото 6.3 = 18. Преди това е било 9, защото 18:2 = 9. В началото е било 8, защото 9 – 1 = 8. **Отговор:** 8.

ШЕСТИ КЛАС

Задача 1. Решение: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.5=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=\frac{6}{2}=3.$ **Отговор: В**) 3.

Задача 2. Решение: Числото, което съм умножил е 15. В действителност е трябвало да умножа 15 с $\frac{1}{5}$. Резултатът, който е трябвало да получа е 3. **Отговор: В)** 3.

Задача 3. Решение: От x.1000 = 0,001 получаваме, че x = 0,001:1 000, т.е. x = 0,000 001. Верен отговор е „ А) 0,000 001”. **Отговор: А)** 0,000 001.

Задача 4. Решение: Автобусът е изминал 40+10 = 50 (км). Остава му още 50 км, т.е. още толкова път, колкото е изминал. **Отговор: Б)** толкова път.

Задача 5. Решение: Нека топчетата са x, тогава Стефан е получил $\frac{1}{3}x$, а Иван и Петър са си поделили останалите $\frac{2}{3}x$, т.е. всеки от тях е получил по $\frac{1}{3}x$ топчета. Получихме че и тримата са получили по третинка от топчетата на Иван. **Отговор: Г)** нито един от отговорите А), Б) и В) не е верен.

Задача 6. Решение: От $\frac{1}{10}$ часа = $\frac{1}{10}$.60 минути= 6 минути;

0,05 часа = 0,05.60 минути = 3 минути; $\frac{2}{5}$ часа = $\frac{2}{5}$.60 минути = 24 минути, следва че не е вярно равенството, посочено в "Г) 12 минути = 0,12 часа". Наистина 0,12 часа = 0,12.60 минути = 7,2 минути. **Отговор: Г)** 12 минути = 0,12 часа.

Задача 7. Решение: От условието на задачата – една катеричка за пет дни ще събере 10 ореха, тогава 6 катерички за 5 дни ще съберат 60 ореха. **Отговор:** А) 120.

Задача 8. Решение: $\frac{8!}{14!!}=8*\frac{7*6*...*1}{14*12*...*1}=2^3\frac{1}{2^7}=2^4$. **Отговор: В)** 16.

Задача 9. Решение: Двете числа са 2 и 3. Произведението им е 6. Остатъкът при деление на 6 на 4 е 2. **Отговор: В)** 2.

Задача 10. Решение: В произведението се съдържат 40 числа, които се делят на 5, 8, които се делят на 25 и 1, което се дели на 125. Произведението на числата от 1 до 201 можем да представим като произведение на 49 числа 5 и поне 100 числа 2. Тогава броят на 0, които се образуват е 49. **Отговор: А)** 49.

Задача 11. Решение: От $37+x=4(7+x)$ получаваме $3x=9$. **Отговор: А)** 3.

Задача 12. Решение:. Правоъгълникът може да бъде разрязан най-малко на 5 квадрата: 1 квадрат с дължина на страната 4 см, два – с дължина на страната 3 см и 2 – 3 см. **Отговор: Г) 2.**

Задача 13. Решение: Скоковете от 1 метър може да са 0, тогава от 2 м са 5, записваме това така: (0,5). Другите възможности са: (2,4); (4,3); (6,3); (8,1); (10,0). **Отговор: Г)** 11.

Задача 14. Решение. Всичко следва от $1\frac{1}{11}-x.1\frac{1}{11}=1$. **Отговор: В) $\frac{1}{12}$.**

Задача 15. Решение: 2013: 9 = 223 ост. 6. **Отговор: Б)** 224.

Задача 16. Решение: 120 м се движи така, че за секунда изминава 6 метра (за 20 секунди); 120 м се движи така, че за секунда изминава 5 метра (за 24 секунди); 120 м се движи така, че за секунда изминава 4 метра (за 30 секунди); 120 м се движи така, че за секунда изминава 3 метра (за 40 секунди); 120 м се движи така, че за секунда изминава 2 метра (за 60 секунди); 120 м се движи така, че за секунда изминава 1 метра (за 120 секунди); От 120 + 60 + 40 + 30 + 24 + 20 = 294, следва че тялото ще спре след 294 секунди. **Отговор:** 294.

Задача 17. Решение: Сборът на числата от 1 до x е $\frac{x(x+1)}{2}$. С проверка се установява, че $x = 36$. **Отговор:** 36.

Задача 18. Решение. От $\frac{6+4k}{k}=\frac{6}{k}+4$ **,** получаваме че числото k е сред числата: -6,-3,-2, -1, 1, 2, 3 и 6. Естествено число се получава само при k = -6,-3,-2, 1, 2, 3 и 6, т.е за седем скойности на k. **Отговор:** 7 положителни и отрицателни числа, ***или 4 положителни.***

Задача 19. Решение: Сборът на числата от 1 до 9 е 45. Ако от сбора извадим 2 числа, едно от които е 4, получаваме сбор по-малък или равен на 40, т.е. попадаме в безизходица. Затова едно от числата които изваждаме е 3 и остава да определим другото. Полученият сбор е по-малък от 42. Второто число е 6. **Отговор:** 3 и 6.

Задача 20. Решение: 5 не са решили първата задача, 6 - втората, 2 - третата, 2 - четвъртата. Следователно най-много 5+6+2+2 = 15 не са решили поне една от четирите задачи. Тогава поне 20-15 = 5 ученика са решили и четирите задачи. **Отговор: 5.**

СЕДМИ КЛАС

Задача 1. Решение: Числата, които удовлетворяват неравенството **-** 5 < x < 4 са -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 и 3. Сборът им е -4. **Отговор: А)** -4.

Задача 2. Решение: От $-(x-1)^2 \geq 0$ получаваме, че изразът приема неотрицателни стойности единствено за x = 1. **Отговор: Б)** 1.

Задача 3. Решение. Простите едноцифрени числа са 2, 3, 5 и 7. Средноаритметичното пресмятаме като съберем числата и получения сбор разделим на броя им. В случая сбора е 17. Средноаритметичното е 17:4 = 4,25. **Отговор: В)** 4,25 .

Задача 4. Решение. Нека да разгледаме произведенията на четири последователни естествени числа. Това са 1.2.3.4, 2.3.4.5, 3.4.5.6, 4.5.6.7, 5.6.7.8 и т.н. За да се дели числото на 10, то трябва да се дели и на 2, и на 5. Търсеното произведение е 2.3.4.5 = 120. **Отговор: Г)** 120.

Задача 5. Решение. От

$$(4a+2)(2a-1)(4a^2+1)(16a^4+1)=2(2a+1)(2a-1)(4a^2+1)(16a^4+1)=$$
$$=2(4a^2-1)(4a^2+1)(16a^4+1)=2(16a^4-1)(16a^4+1)=2(256a^8-1)=512a^8-2,$$

следва че търсения резултат е: $512a^8$. **Отговор: Г)** $512a^8$.

Задача 6. Решение. Коефициентите пред третата и пред четвъртата степен трябва да са равни на нула. Търсим стойностите на параметъра *m,* за които $m^2+m=0$ и m = 0.

Следва, че $m = 0$ е единственото решение. **Отговор: А)** 0.

Задача 7. Решение. Изразът е тъждествено равен на 0. **Отговор: Г)** 0.

Задача 8. Решение. Не е трудно да се установи, че ако едно число завършва на цифрата *a,* то всички възможности за последната цифра на квадрата на това число са 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4 и 1.Така достигаме до извода, че едно число може да е точен квадрат, ако има за цифра на единиците или 0, или 1, или 4, или 5, или 6, или 9. От посочените отговори числото 23 717 не може да е точен квадрат, защото завършва на 7. За пълнота ще посочим, че 853.853= 727 609; 1000. 1000. 1 000 000 и 512.512= 262 144. **Отговор: Г)** 23 717.

Задача 9. Решение. От

$$n(n+1)(n+2)(n+3)+1=n(n+3)(n+1)(n+2)=(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1=(n^2+3n+1)^2,$$

получаваме, че $b = 1$. **Отговор: А)** 1.

Задача 10. Решение. Всъщност нека опростим дробта $\frac{x^3-1}{x^2+x+1}$. От

$$\frac{x^3-1}{x^2+x+1}=\frac{x^3-1^3}{x^2+x+1}=\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}=x-1$$ получаваме, че $$\frac{2013^3-1}{2013^2+1}=2013-1=2012.$$

Отговор: Г) 2012.

Задача 11. Решение.

$$1+2-3+4-5+6-7+...+2012-2013=1+(-1)+(-1)+...+(-1)=1-1\,006=-1005.$$

Отговор: В) -1005.

Задача 12. Решение. Ако обемът на леда е *x*, тогава след размразяването става $\frac{11x}{12}$.

След това увеличаваме с *y*, получаваме $\frac{11x}{12}+\frac{11xy}{12}=x$. За *y* получаваме $y=\frac{1}{11}$.

Отговор: В) $\frac{1}{11}$.

Задача 13. Решение. Ако числото *n* е четно, тогава $n=2\mathrm{k}$ и следователно $n^2=4k^2$ се дели на 4. Ако *n* е нечетно, тогава $n=2\mathrm{k}+1$ и следователно $n^2=4k^2+4k+1$.

Числото $4k^2+4k=4\mathrm{k}(k+1)$ се дели на 8 от което следва, че n^2 дава остатък 1 при деление на 8. **Отговор: А)** 1.

Задача 14. Решение. Числата, които удовлетворяват условията са -4 и 4. Сборът от абсолютните им стойности е 8. **Отговор: Г)** 8.

Задача 15. Решение.

$$1+3+9+27+81+243=364<1000, 1+3+9+27+81+243+729=1093>1000.$$

Отговор: Б) 6.

Задача 16. Решение. Разрязването ще е на един квадрат 4x4, два квадрата 3x3, два квадрата 2x2. **Отговор:** 5.

Задача 17. Решение. Нека t_1 е времето за пътуване от *A* до *B*, а t_2 - времето за връщане. Тогава $50t_1 = 30t_2$. Средната скорост е: $\frac{2*50t_1}{t_1+t_2} = \frac{2}{\frac{1}{50}+\frac{1}{30}} = 37{,}5$.

Забележете, че отговорът е средно хармоничното на двете скорости. **Отговор:** 37,5 км/ч.

Задача 18. Решение. Даденият израз представяме във вида $\frac{2a+2+2}{a+1} = 2 + \frac{2}{a+1}$.

Вече е ясно, че за да бъде цяло числото *a*+1 трябва да бъде едно от числата -2, -1, 1 или 2.
Отговор: 4.

Задача 19. Решение. Нека всеки ученик е решил най-много по 4 задачи. От условието има един, който е решил само една задача. Освет това има **поне по един ученик**, които са решили съответно 1, 2 или 3 задачи. Тогава максималният брой решени задачи от учениците е 1+2+3+4.7 = 34 < 35. Но всичките те са решили 35 задачи. А при направеното предположение се оказва, че са решили 34 задачи. Достигаме до извода, че има ученик, който е решил и петте задачи. **Отговор: 1**.

Задача 20. Решение. От

$$2(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc) = 2a^2+2b^2+c^2-2ab-2ac-2bc =$$
$$= a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2bc+a^2 = (a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2,$$

получаваме, че *A* = 1. **Отговор: 1.**

ОСМИ КЛАС

Задача 1. Решение. От $a^2 > b^2$ и $a < b$ получаваме, че $(a-b)(a+b) > 0$ и $a-b < 0$. Тогава $a+b$ е отрицателно число**. Отговор:** Б) отрицателно число.

Задача 2. Решение. От $|-x^2+3x| \geq 0$ и $-x^2 \leq 0$ следва, че $|-x^2+3x| = -x^2$ е изпълнено за стойностите на x, за които и $|-x^2+3x| = 0$, $-x^2 = 0$. Тогава 0 е единствената стойност, решение на уравнението $|-x^2+3x| = -x^2$. **Отговор:** Б) 1.

Задача 3. Решение. Нека *x* е търсеният ъгъл. Тогава $360^\circ - x$ е сборът на другите три ъгъла. Достигаме до уравнението $x = \frac{360^\circ - x}{3}$, решение на което е 90°. **Отговор:** Б) прав.

Задача 4. Решение. Ако многоъгълника има 9 страни, тогава диагоналите му са 27. Ако многоъгълника има 10 страни, тогава диагоналите му са 35. **Отговор:** Б) 10.

Задача 5. Решение. От $a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)=\frac{1}{2}(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$ и

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ получаваме, че $a=b=c$. Тогава $20a-13b-7c=0$. **Отговор: Г)** 0.

Задача 6. Решение. Тъждеството записваме във вида

$x^3+(a+b)x^2+(4+ab)x+4a=x^3-cx+20.$

От $4a=20$, получаваме $a=5$. Коефициентът пред x^2 е 0. Получаваме, че $b=-5$. Сравняваме коефициентите пред *x*, получаваме, че $4+ab=-c$. Тогава $c=21$. Най-малкият коефициент е $b=-5$. **Отговор: Б)** *b*

Задача 7. Решение. От $ab>0$ и $a+b<0$, следва че и двете числа *a* и *b* са отрицателни. Тогава от $|a|=-a$ и $|b|=-b$ получаваме $(a-|a|)(b-|b|)=2a.2b=4ab$.

Отговор: Б) 4*ab*.

Задача 8. Решение. Решенията на уравнението $(x-1)(x-2)=0$ са числата 1 и 2. Решение на неравенството са всички числа, за които $x-1<0$. Отбелязваме, че

$x^2+2x+2=x^2+2x+1+1=(x+1)^2+1>0$. Вече не е трудно да се установи, че нито едно от решенията на уравнението не е решение на неравенството. **Отговор: А)** 0.

Задача 9. Отговор: Г) $1<m<3$.

Задача 10. Решение. Последните цифри на степените на числото 2 са съответно 2, 4, 8, 6.

$2^1=2; 2^2=4; 2^3=8; 2^4=6; 2^5=32; 2^6=64; 2^7=128; 2^8=256; ....$ Тогава $2^{2013}=...2$.

Търсеното число е 2. **Отговор: Г)** 2.

Задача 11. Решение. За 1 минута влакът изминава 1200 м. За 80 минути ще измине 96 000 m = 96 km. **Отговор: В)** 96.

Задача 12. Решение. Уравнението има безброй много решения, ако *a* = 2 и *b* = 3, или ако *a* = -2 и *b* = 3. Тогава $|a-b|=1$ или $|a-b|=5$. **Отговор: Г)** 5.

Задача 13. Решение. Числата са от вида 2 000 000 000, или 1 *** *** ***. Мястото на звездичките са 8 нули и една единица. Не е трудно да се установи, че броят им е 1 + 9 = 10. **Отговор: Г)** 10.

Задача 14. Решение. Нека точката *Q* е вътрешна за квадрата *ABCD*, такава, че триъгълник *AQD* е рабнобедрен с бедра *AQ* и *DQ* и ъгъл при основата му *AD* 15 градуса. Тогава триъгълниците *AQD* и *CDM* са еднакви. От получената еднаквост получаваме, че триъгълник *DQM* е равностранен, а триъгълник *AQM* е равнобедрен. Получаваме, че ъгъл *QAM* = 15 градуса. За ъгъл *MAB* = 60 градуса. **Отговор: В)** 4.

Задача 15. Решение. $n^4+4=n^4+4n^2+4-4n^2=(n^2+2)^2-(2n)^2=(n^2+2-2n)(n^2+2+2n)$.

Отговор: В) n^2-2n+2.

Задача 16. Решение. Числото е $2^{60}.3^{10}.5^2$. Броят на делителите е 61.11.3=2013.

Отговор: 72.

Задача 17. Решение. Лицето на ромба е 24 кв. см, а лицето на четириъгълника с върхове средите на страните на ромба е половината от лицето на ромба, т.е. 12 кв. см. **Отговор:** 12 кв. см.

Задача 18. Решение. Нека триъгълниците са x. Тогава сборът от ъглите им ще е $180.x$ градуса. В същото време този сбор е равен на 2013.360 градуса, това са ъглите на отрязаните триъгълници около точките, и още 360 градуса – сборът на ъглите на четириъгълника. Достигаме до уравнението $180x=2013.360+360$. Получаваме $x=4028$. **Отговор:** 4026.

Задача 19. Решение. Разрязването ще е на един квадрат 4x4, два квадрата 3x3, два квадрата 2x2. **Отговор:** 5.

Задача 20. Решение. Числата са $a, a+2, a+4, a+6, \ldots, a+42$. От условието следва, че $4a=a+42$, т.е. $a=14$. Тогава петото число е $14+8=22$. **Отговор:** 22.